

PROBABILITÉ

- m^p est un arrangement de p éléments parmi m avec répétition
- A_m^p est un arrangement de p éléments parmi m sans répétition

$$A_m^p = \frac{m!}{(m-p)!} \text{ pour tout } m \geq p$$

Si $m < p$ alors $A_m^p = 0$

- C_m^p est une combinaison de p éléments parmi m (le nb de façons de choisir p obj parmi m sans tenir compte de l'ordre)

Si $m < p$ alors $C_m^p = 0$ $\binom{m}{p}$

$$C_m^p = \frac{A_m^p}{p!} = \frac{m!}{p!(m-p)!} \text{ pour tout } m \geq p$$

- $m!$ est une permutation de m objet (nb de façons de ranger m objets)

$$m! = m(m-1)(m-2) \dots \times 1 \quad 0! = 1$$

• Formule du binôme de Newton

$$(a+b)^m = C_m^k \times a^k \times b^{m-k}$$

pour $(a-b)^m$ il faut alterner + et - devant les coefficients en commençant par +

• Ensemble des Voyelles $\{a, e, i, o, u, y\}$

• $(A, B, C) \rightarrow$ noms des ensembles
 $(a, b, c) \rightarrow$ pour les éléments de l'ensemble.

• ensembles finis $\rightarrow$ on peut énumérer les éléments.

ensembles infinis

• Un système complet d'événements $(a_1, a_2, a_3, \dots)$ si tous ces éléments sont incompatibles 2 à 2 et que leur union recouvre toutes les issues possibles de l'expérience.

- Si $A \subset B$ alors $A \cup B = B$
 $A \cap B = A$

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$
$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

$$A = A \cap B + A \cap \bar{B}$$

- Les deux formules de Morgan

$$\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$$

$$\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$$

- Le cardinal d'un ensemble E représente son nombre d'éléments.

$$\text{Card}(E)$$

Compter un ensemble fini E , c'est trouver son cardinal

- S'il y a une bijection de A sur B , alors A et B ont le même cardinal

$$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P_B(\bar{A}) = 1 - P_B(A)$$

$$P_c(A \cup B) = P_c(A) + P_c(B) - P_c(A \cap B)$$

2 événements sont indépendants si la réalisation de l'un ne modifie pas la réalisation de l'autre.

$$P_B(A) = P(A) \text{ et } P_A(B) = P(B) \text{ ou } P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

des événements A_1, A_2, A_m sont mutuellement indépendants si et seulement si :

$$P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_m) = P(A_1)P(A_2) \times \dots \times P(A_m)$$

Formule des probabilités composées

• Formule des probabilités totales

$$P(S) = P(A) \times P_A(S) + P(\bar{A}) \times P_{\bar{A}}(S)$$

• Formule de Bayes

$$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A) \times P_A(B)}{P(B)}$$

• Expérience aléatoire, c'est une expérience qui comporte plusieurs événements possibles, qui forment ensemble l'univers Ω .

• Variable qualitative $\rightarrow$ on ne peut pas calculer de moyenne
(La couleur des yeux des étudiants)

• Variable quantitative $\rightarrow$ on peut calculer une moyenne

(La taille le poids le salaire)

• Variable discrète: elle prend des valeurs isolées.

(nb de frère / sœur)

• Variable continue

Le mode est la valeur prise par X associée à la probabilité la plus grande.

→ 1 seul mode: unimodale

→ 2 modes: bimodale

→ plusieurs modes: plurimodales

$E(X) = 0$ le jeu est équiprobable

$$E(X) = \sum_{i=1}^n x_i \times P(X=x_i)$$

La variance représente la dispersion de la loi de probabilité

$$V(X) = E(X^2) - E(X)^2$$

Ecart type: $\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$

La loi de Bernoulli correspond à une situation où l'expérience aléatoire ne peut avoir que deux issues possibles : succès ou échec.

$p \rightarrow$ probabilité du succès

$q = 1 - p \rightarrow$ probabilité de l'échec.

Si X suit une loi de Bernoulli, on note alors : $X \sim \mathcal{B}(1; p)$

Si X suit une loi binomiale comportant n épreuves indépendantes alors :

$X \sim \mathcal{B}(n, p)$

$$P(X=k) = C_n^k \times p^k \times (1-p)^{n-k}$$

$$E(X) = n \times p$$

$$V(X) = n \times p \times q$$