CHAPITRE I : INTRODUCTION A LA MICROECONOMIE

Henri Poincaré a dit : « *Une accumulation de fait n'est pas plus une science qu'un tas de pierres n'est une maison* » ⇨ pour qu'un corpus théorique soit une science, il faut poser des hypothèses, étudier un nombre important de situations différentes, faire des statistiques sur le comportement des agents, tester les hypothèses, etc… La modélisation permet de ne pas oublier des éléments économiques.

Un modèle est une série d'hypothèse permettant à la fois d'expliquer et de prédire le comportement d'une variable ou d'un agent. En science économique, et notamment en microéconomie nous allons élaborer des modèles, nous allons tenter des représentations simplifiées pour mieux comprendre la complexité du monde qui nous entoure.

I] Définition de l'économie

L'économie est une science récente, mais l'économie politique existe depuis longtemps, elle lie la sphère politique et la sphère décisionnelle. **La science économique** est la science qui étudie l'allocation de ressources rares a des fins alternatives (Robbins) ⇨ 2 éléments importants : ressources rares et besoins illimités donc obligation de faire des choix. La science économique et la microéconomie étudient les choix des agents économiques, on s'intéresse au pourquoi et au non-choix. En macroéconomie on a vu le coût de la renonciation, c'est-à-dire le coût de l'opportunité.

Il y a 3 problèmes fondamentaux interdépendants :

– Quelles marchandises doivent être produites ? ⇨ Le producteur des appareils doit prendre une décision d'adaptation aux changements de marché et d'innovation. Il est alors soumis à un arbitrage entre des choix de production futur et actuel. On cherche aussi à savoir combien de marchandises doivent être produites.
– Comment sont-elles produites ? ⇨ On cherche à minimiser les coûts de production.
– Pour qui doivent-elles produites ? ⇨ On cherche à savoir quelle population est visée, et qui va en bénéficier. Faut-il s'appuyer sur un facteur travail où la quantité de main d'œuvre reste élevée, ou s'appuyer sur une robotisation continue du facteur capital ?

Ces questions prennent une grande place dans l'actualité avec les élections. Définir une politique de recherche, c'est répondre à ces questions. Les agrégats sont formés par la somme des intérêts individuels. La France connaît un déficit public depuis 1975, c'est-à-dire que la France a dépensé plus qu'elle n'encaisse. Le montant des intérêts de la dette a atteint un stade considérable.

II] L'historique de la microéconomie

La microéconomie est née dans les années 1850, le grand courant de la microéconomie est le marginalisme. Elle s'intéresse au comportement individuel d'un agent qui peut être un consommateur, un producteur, et le comportement de l'Etat en tant que décideur de politique économique ou industriel, et le choix de cette politique a une forte influence. L'agrégation de tous ces comportement individuels nous permettent d'avoir, de comprendre, d'anticiper, de prédire, le comportement global. Si on connaît le comportement des agents de base, on peut prédire le comportement des agents en masse. Le problème de ce passage entre le comportement des agents individuels et ceux en masse est complexe, il faut faire attention au sophisme de composition c'est-à-dire tomber dans un piège qui consiste à croire que ce qui est vrai pour l'un est vrai pour le tout. Dans certain cas cela ne marche pas, ce qui est vrai pour l'un n'est pas toujours vrai pour le tout. Citons un exemple : si une personne dans une communauté ou pays reçoit plus d'argent, on peut dire que cette personne va être plus riche. En revanche si tout le monde reçoit plus d'argent, il n'est pas du tout évident que tout le pays va devenir plus riche.

Au fil du temps, plusieurs courants ont été mis en place :

- **Le courant marginaliste** fondé par Léon Walras (1834-1910), est le courant fondateur de l'économie moderne, avec aujourd'hui des remises en cause. Walras défend l'idée qu'il existe un équilibre général. Cette théorie est basée sur le fait que toutes les variables de l'économie sont reliées, si on modifie une variable, alors toutes les autres variables changent.
- L'école britannique est une école fondée par Alfred Marshall : c'est l'école de Cambridge. C'est aussi le fondateur de **l'école de pensée néo-classique**. Marshall a une vision de l'économie différente de celle de Walras, il préfère défendre l'équilibre partiel : c'est une méthode en économie qui est très utilisée. Il dit que la méthode de Walras est tellement compliquée qu'on a du mal à l'utiliser, et qu'en économie il faut avoir une méthode plus simple d'utilisation afin de mieux mettre en évidence les liens entre les variables, il résonne donc en équilibre partiel. Il a inventé la technique de « toutes choses égales par ailleurs » ce qui signifie que dans une relation de causalité je fais en sorte de bloquer toutes les variables sauf une, et j'étudie uniquement l'impact d'une variable sur mon résultat. Quand je baisse mon prix, je ne fais pas de campagne publicitaire, afin de voir l'effet de la baisse des prix seulement. On veut isoler les causes de notre résultat final. Quelle est l'influence d'une variation de A sur B, sachant que les autres variables qui peuvent influencer B sont considérées comme fixes ?
- **Le courant autrichien** donne naissance à l'école de Vienne avec par exemple Menger.

III] Le marché et la loi de l'offre et la demande

1) Comment les marchés résolvent-ils les 3 problèmes économiques fondamentaux ?

Selon les néo-classiques, ce sont les marchés qui donnent les solutions à ces problèmes. D'après Samuelson, dans une économie comme les Etats-Unis, sans qu'il y ait une instance supérieure de planification, les individus s'ajustent entre eux, et finalement le marché et son mécanisme, ce système fonctionne sans qu'il y ait de faillite généralisée. C'est un ajustement progressif parfois un peu lent, mais ce n'est pas l'Etat qui décide. « *Une économie de marché est un mécanisme compliqué de coordination inconsciente des gens, des activités, et des entreprises, au moyen d'un système de prix et de marché, sans une intelligence ou un calcul central il résout un problème comprenant des milliers d'inconnus et de relation que le plus puissant des ordinateurs ne pourrait résoudre aujourd'hui* » (Samuelson). Tous les économistes ont donné leur définition du marché. Plus simplement, **un marché est un lieu de rencontre entre une demande et une offre aboutissant à la fixation d'un prix et d'une quantité d'équilibre**.

La notion de prix est une notion fondamentale dans un marché car c'est autour d'elle que le marché va s'organiser. Le prix est aussi un signal. S'il est trop élevé cela veut dire que le bien s'adresse à un segment de la population à haut pouvoir d'achat mais aussi le signal d'une qualité qui a été produite pour faire ce bien.

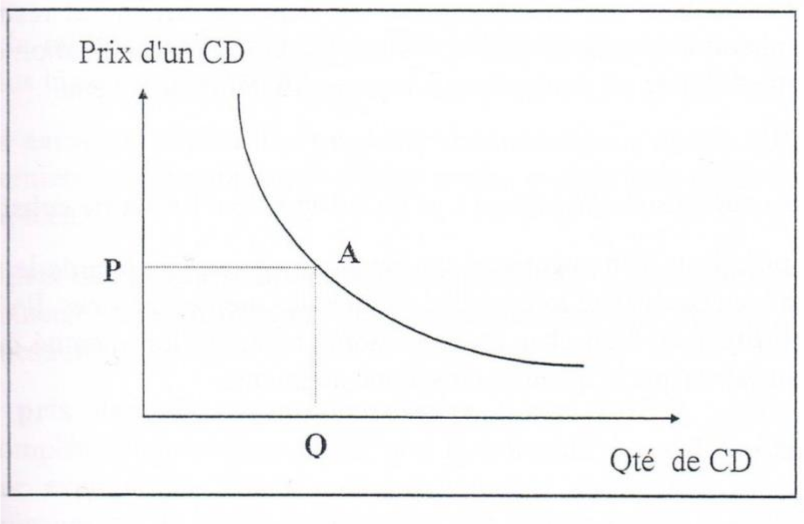
- Réponse au premier problème (quelles marchandises doivent être produites ?) ⇨ c'est le marché qui décide, il faut que les produits plaisent et soient utiles ; ce sont les consommateurs qui vont faire que le produit marche ou ne marche pas.
- Réponse au deuxième problème (comment sont-elles produites ?) ⇨ c'est encore le marché qui décide, par le biais de la concurrence entre les entreprises.
- Réponse au troisième problème (pour qui doivent-elles produites ?) ⇨ c'est le marché qui décide par le biais de la loi de l'offre et de la demande

2) Les fonctions d'offre et de demande

a) La courbe de demande du marché

Il ne s'agit pas de la courbe de demande d'un individu mais de la courbe de demande globale du marché. Le bon sens et les vérifications statistiques montrent que la quantité achetée pour la grande majorité des produits est une fonction du prix du bien. « *Toutes choses égales par ailleurs* », plus le prix d'une marchandise est élevée moins il y a d'acheteur : c'est la loi de décroissance de la demande. Le prix n'est pas le seul élément qui influence la quantité achetée (voir plus bas). La fonction de demande défini une relation entre le prix d'un bien et la quantité achetée de ce bien (= demande des consommateurs). La représentation graphique de cette fonction de demande est décroissante dans la plus bas des situations, la dérivée de cette fonction est donc inférieure à 0.

La courbe de demande



La liaison prix-quantité peut faire l'objet d'une formulation algébrique :

$Q_D = Q_D(P)$, ou bien : $P = f(Q_D)$

La décroissance de la demande implique :

$$\frac{\partial P}{\partial Q_D} < 0$$

Il existe deux raisons principales sur le plan de la microéconomie :

– Raison relative : lorsque le prix d'un bien augmente, alors « *toutes choses égales par ailleurs* » signifie que le revenu d'un agent diminue de façon relative (on a le sentiment d'un appauvrissement), l'agent va donc chercher à faire des économies et il va tenter de restreindre ses dépenses sur le bien en question : c'est **l'effet revenu**.

– **L'effet de substitution** c'est-à-dire qu'il conduit le ménage (dans les mêmes circonstances qu'avant) à tenter de remplacer ce bien par un autre, il opère une substitution de ce bien par un autre bien équivalent, il va essayer de trouver un bien moins coûteux que celui qui a augmenté, cet effet concerne la plupart des biens de consommation mais parfois il ne fonctionne pas car on ne peut pas remplacer le produit en question (ex : électricité etc…)

Jusqu'à présent nous avons raisonné « *toutes choses égales par ailleurs* » donc on a une variable sur notre courbe et on explique que c'est la variable la plus importante. C'est un raisonnement qui vise à simplifier la complexité du monde, ce n'est pas pour autant qu'il n'existe pas d'autres éléments qui influence la demande des consommateurs. Quels sont les autres éléments qui influencent les consommateurs ? :

– **La publicité** (télévision, radio, internet…) qui a une forte influence mais on a parfois du mal à étudier son impact sur la quantité consommée.

– **Le revenu moyen** des ménages dans le pays étudié.

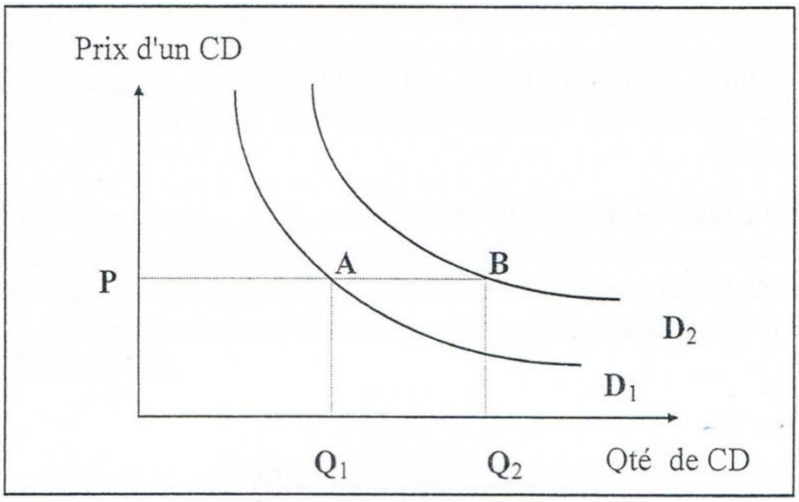
– **La taille du marché**, c'est-à-dire que les entreprises recherchent souvent les grands marchés, elles ont des stratégies de globalisation afin de faire des économies en vendant les biens dans plusieurs pays à la fois et en faisant une seule campagne de publicité.

– **L'existence et les caractéristiques des produits substituables,** c'est-à-dire que plus on a sur un marché de produit concurrent qui rendent le même service, la demande va se répartir sur tous ces produits, le marché est partagé. En revanche, si on est les seuls on peut estimer à en vendre beaucoup.

– **Les influences plus ponctuelles** c'est-à-dire comme le degré de confiance de la population.

Ces éléments sont des éléments majeurs, il existe aussi des éléments culturels (goût, culture des pays etc…), dans le domaine alimentaire par exemple les habitants des différents pays ne mangent pas la même chose. Dans la courbe de demande tous ces éléments sont fixés, ils sont bloqués, ils ne bougent pas. S'il y en a, d'une période à une autre ils ne changent pas. « *Toutes choses égales par ailleurs* » quand le prix augmente, la quantité baisse. Il ne faut pas confondre la baisse ou la hausse des quantités achetées suite à une variation du prix, avec un accroissement ou une diminution de la demande pour un prix donné.

Une évolution possible de la courbe de demande



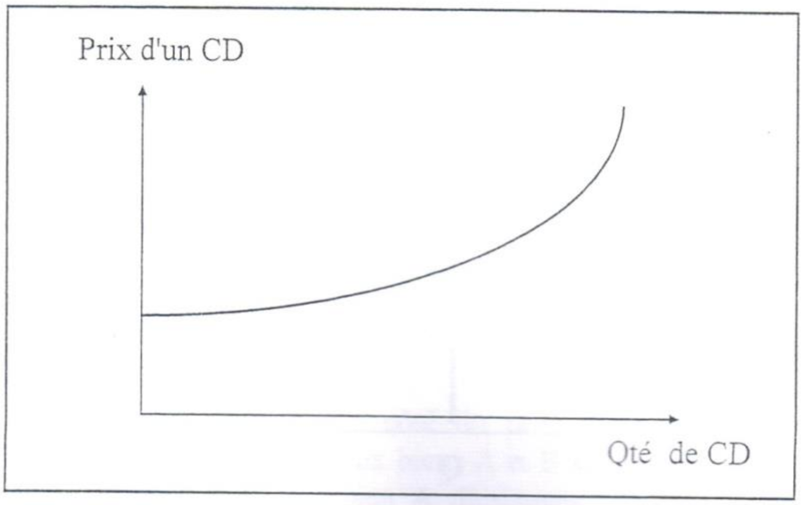
Plus le prix est bas plus l'augmentation est forte.

Cette représentation signifie que pour un prix moyen P, le nombre de CD achetés a doublé entre 1990 et 1996. Pour d'autres niveaux de prix, la demande a aussi augmenté, mais il est plus difficile graphiquement d'évaluer avec précision l'accroissement.

b) La courbe d'offre du marché

L'offre est ce que les entreprises mettent sur le marché. Cette offre conduit à une fonction d'offre, elle établit une relation entre la quantité que les entreprises souhaitent vendre et le prix. La fonction d'offre se traduit par une courbe croissante ce qui conduit à dire que la dérivée par rapport à Q est positive. Elle peut avoir plusieurs formes : une droite croissante ou une courbe croissante à taux croissant. La courbe d'offre peut prendre une position verticale lorsque dans certaines situations on exprime la rigidité de l'offre sur un marché par une courbe d'offre verticale.

La courbe d'offre



La liaison prix-quantité peut faire l'objet d'une formulation algébrique :

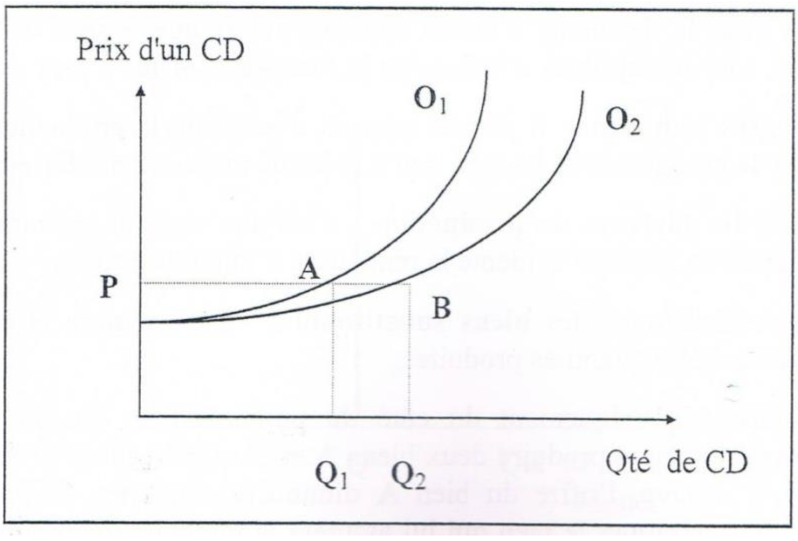
$Q_S = Q_S(P)$, ou bien : $P = f(Q_S)$

La croissance de l'offre implique :

$$\frac{\partial P}{\partial Q_S} > 0$$

Explication de la croissance de l'offre, pourquoi lorsque le prix augmente l'offre augmente, les entreprises veulent vendre beaucoup à un prix élevé. Comme pour la demande il ne faut pas confondre l'augmentation de l'offre pour un prix donné, et l'augmentation de l'offre suite à une augmentation du prix.

Une évolution possible de la courbe d'offre



Quelles sont les variables qui influencent la courbe d'offre ? :

– **Les progrès techniques** dans la fabrication des biens vont conduire à une augmentation de la production offerte.

– **Le prix des facteurs de production**, ce sont les outils qui servent à fabriquer les produits.

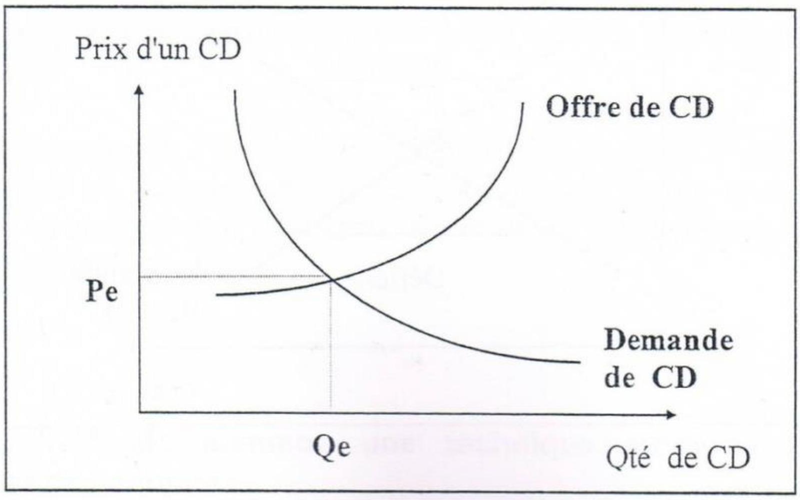
– **Les caractéristiques des biens substituables**, le producteur va pouvoir opérer une substitution et va choisir le bien qui lui rapporte le plus.

– **La structure du marché** influence l'offre.

– **Le poids des réglementations** peut aussi influencer l'offre dans la mesure où il peut y avoir des domaines très contraignants où l'on ne peut pas faire ce que l'on veut (ex : pharmacie…)

c) L'équilibre entre l'offre et la demande

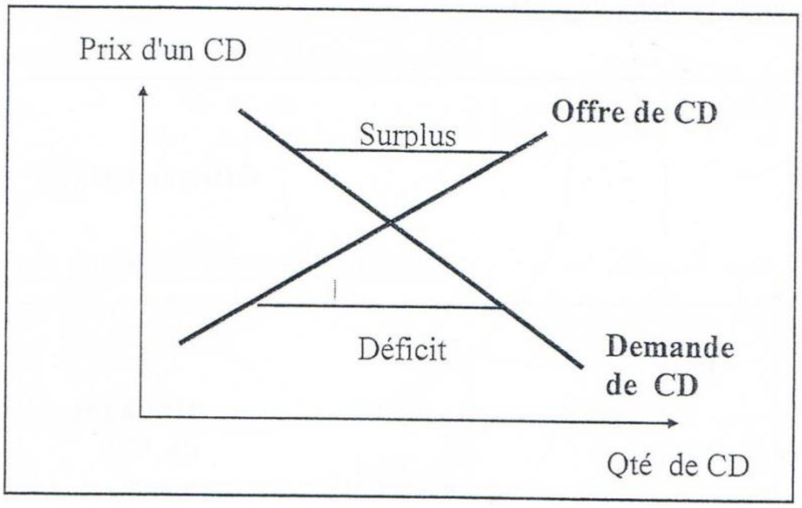
Equilibre sur le marché des CD



Cet équilibre se manifeste par l'intersection des deux courbes. C'est en ce point que les deux groupes d'agents vont trouver un équilibre où toute la quantité offerte sera achetée. Il n'y a pas toujours où les objectifs des uns soient les objectifs des autres. Les deux groupes vont faire une concession, ils vont accepter la logique et cela va amener l'équilibre. L'équilibre n'est pas forcément atteint on peut être au-dessus ou au-dessous, si les vendeurs fixent un prix trop élevé et s'ils produisent des quantités importantes alors apparaîtra un surplus que l'on appelle excès d'offre, on dit dans ce cas que les entreprises sont rationnées, elles aimeraient vendre beaucoup mais au prix qu'elles jugent bon de fixer, la demande ne sera pas suffisante pour vendre ce qu'elles ont prévues de vendre.

Si la demande dépasse l'offre, on est dans une situation de déficit ou d'excès de demande, les ménages sont rationnés, ils aimeraient acheter plus à ce prix mais les entreprises ne produisent pas de grandes quantités à ce prix.

Les situations de déséquilibres



En microéconomie, c'est le côté court du marché qui l'emporte et qui décide. Quand on est en surplus d'offre, les consommateurs disent « je veux cette quantité-là » et les producteurs « c'est ce prix » mais ce sont les consommateurs qui l'emportent.

CHAPITRE II : LA THEORIE DES CHOIX

En tant que consommateur, comment je dois me comporter pour maximiser ma satisfaction ? La théorie des choix s'intéresse à l'optimum. Arriver à l'optimum est le souhait de tout consommateur rationnel. Comment peut-on arriver à maximiser sa satisfaction ? Deux grandes écoles se sont affrontées : un groupe a dit qu'on peut mesurer la consommation des consommateurs avec une unité de mesure, et l'autre a dit que c'était trop subjectif, trop compliqué, mais l'on peut comparer, classer par ordres de préférence.

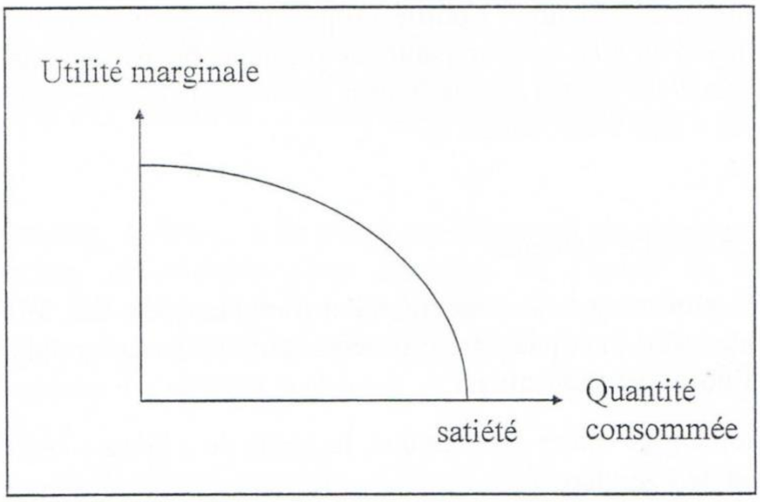
SECTION I : LA THEORIE DE L'UTILITE CARDINALE

On supposera que les consommateurs sont capables de mesurer avec précision la satisfaction (l'utilité) qu'une consommation d'un bien ou d'un ensemble de bien leur procure. Pour mesurer cette satisfaction, certains auteurs ont proposé une unité de mesure : les « utilons ». Cette analyse est subjective et ce qui en fait sa limite.

I] L'utilité marginale

L'utilité marginale d'une consommation c'est l'utilité de la dernière unité de biens consommée. Elle répond à une hypothèse fondamentale de décroissance : c'est la décroissance de l'utilité marginale. Elle a été formulé par Gossen en 1843, sa 1ère loi est la loi de décroissance de l'utilité marginale : le supplément d'utilité fourni par des unités croissantes d'un bien va en diminuant jusqu'à devenir nul au point de satiété, c'est-à-dire que l'utilité marginale est nulle. La représentation graphique de la 1ère loi de Gossen est une fonction décroissante :

Courbe représentant l'utilité marginale



L'utilité marginale décroît au fur et à mesure que la quantité consommée augmente.

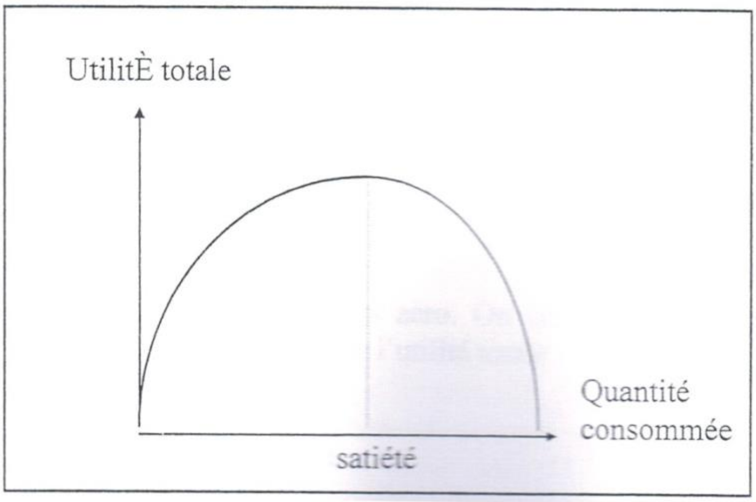
On peut considérer que la 1ère loi ne s'applique pas tout de suite, c'est-à-dire que la décroissance de l'utilité marginale peut ne pas intervenir au début de la décroissance. Il est donc classique de dire que l'utilité marginale se comporte comme ceci :

Schéma 7

II] L'utilité totale

L'utilité d'un bien est son aptitude à satisfaire des besoins, donc **l'utilité totale** est la somme des utilités marginales. Distinguons la représentation de l'utilité totale en fonction de la distinction précédente du I]. Si l'utilité marginale est représentée comme ceci :

Courbe représentant l'utilité totale



L'utilité totale augmente puisque les niveaux d'utilités marginales décroissent. Il faut distinguer la croissance ou la décroissance de l'utilité marginale et la croissance ou la décroissance de l'utilité totale.

Admettons que l'utilité marginale respecte cette représentation graphique :

Schéma 9

Le point de satiété est le point où la courbe va commencer à être décroissante. Il y a une partie où l'utilité totale va croitre de plus en plus vite, elle croît à taux croissant. Dans l'autre zone elle augmente mais moins vite, elle croît à taux décroissant.

III] Formulation mathématique de l'utilité

Deux cas se présentent : le cas discret et le cas continu.

1) La quantité de bien ne prend que des valeurs discrètes

Quantité de biens x	Utilité totale U_t	Utilité marginale U_m
0	0	0
1	20	20
2	35	15
3	45	10
4	50	5
5	50	0
6	40	-10

Si nous n'avons pas eu la ligne 3, l'utilité marginale au lieu d'être égale à 5, elle aurait valu : $\frac{50-35}{4-2} = 7{,}5$

L'utilité marginale est le rapport entre la variation de l'utilité totale sur la variation de la quantité de bien, on a :

$$U_m = \frac{\Delta U_t}{\Delta x}$$

2) La quantité de bien prend des valeurs continues

a) Cas d'une fonction variable

Supposons que l'utilité totale soit une fonction continue et différenciable. Contrairement au cas discret on peut diviser autant de fois que l'on veut.

Posons $U_t = f(x)$ avec x = quantité du bien X, appelons Δx l'accroissement de la consommation du bien X, et appelons ΔU_t l'augmentation de l'utilité totale

L'utilité marginale est égale au rapport entre ΔU_t et Δx quand Δx tend vers 0.

$$U_m = U'_t = f'(x) = \lim_{x \to 0} \frac{\Delta U_t}{\Delta x}$$

$$\boxed{U_m = \frac{\partial U_t}{\partial x}}$$

b) Cas d'une fonction à deux variables

Supposons que l'utilité totale dépende de la consommation de deux biens X et Y (on peut généraliser à n bien).

$U_t = f(x,y)$

<u>Remarque</u> : Cette présentation suppose que les biens X et Y sont interdépendants : $U_t = f(x) + g(y)$

Le calcul de l'utilité marginal du bien X passe par le calcul de la dérivée partielle de Ut par rapport à la variable x. En effet la dérivée partielle mesure l'influence d'une très petite variation de la variable x sur la fonction f, sachant que la variable y est considérée comme fixe. Ainsi, lors de la dérivation on considère y comme une constante.

$$U_m^X = f'(x,y) = \lim_{x \to 0} \frac{\Delta U_t}{\Delta x} = \frac{\delta U_t}{\delta x}$$

Le principe est le même pour l'utilité marginale de Y.

<u>Remarque</u> : si on a $f(x,y) = 2x^2 + 3xy - 5y^2$, cette fonction peut se transformer en une fonction à une variable, elle mesure l'utilité de la consommation à deux biens.

c) Impact global d'une modification de la consommation

Imaginons que le consommateur fasse varier à la fois la quantité X et Y par rapport à une structure initiale de consommation. Comment mesurer la variation de l'utilité totale résultant de la modification des quantités consommées de X et Y ?

On note :

dx : variation de la quantité consommée de X
dy : variation de la quantité consommée de Y
dUt : modification de l'utilité totale qui résulte des deux variations précédentes

Nous avons vu que les utilités marginales des biens X et Y s'écrivent :

$$\frac{\partial U_t}{\partial x} \text{ et } \frac{\partial U_t}{\partial y}$$

$$dU_t = \frac{\partial U_t}{\partial x} dx + \frac{\partial U_t}{\partial y} dy$$

On appelle cette relation égalité différentielle total de la fonction d'utilité. On peut généraliser cette égalité à plusieurs variables (3, 4, etc…).

IV] L'équilibre du consommateur

1) Aspect théorique

On suppose que le consommateur dispose d'un revenu R qu'il répartit en achats de biens X et Y selon des quantités x et y. Le prix unitaire du bien X est noté p et le prix unitaire du bien Y est noté q. Le consommateur rationnel est conduit à résoudre le problème mathématique suivant :

Maximiser : $U_t = f(x, y)$

Sous la contrainte : $R = x.p + y.q$

Pour résoudre ce problème, il existe deux méthodes :

– **Par substitution** (pas toujours possible) :
- Exprimer x (ou y) à partir de la contrainte ;
- Replacer, dans la fonction f, x (ou y) par la valeur précédemment obtenue.

A l'issue de cette étape, la fonction f est en fonction d'une seule variable.

- Chercher le maximum de cette nouvelle fonction par la méthode classique (on cherche la variable de la dérivée).

– La **méthode du lagrangien** :
- Il faut former le lagrangien :

$$L(x, y, \lambda) = U_t + \lambda.[R - x.p - y.q]$$

- Ecriture des solutions du 1er ordre. 3 variables donc 3 équations donc 3 dérivées.

$$\begin{cases} \dfrac{\partial L}{\partial x}(x, y, \lambda) = 0 \\ \dfrac{\partial L}{\partial y}(x, y, \lambda) = 0 \\ \dfrac{\partial L}{\partial \lambda}(x, y, \lambda) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{\partial U_t}{\partial x} - \lambda p = 0 \\ \dfrac{\partial U_t}{\partial y} - \lambda q = 0 \\ R - x.p - y.q = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = \dfrac{1}{p} U_m^X \\ \lambda = \dfrac{1}{q} U_m^Y \\ R - x.p - y.q = 0 \end{cases}$$

$$\text{Ou : } \begin{cases} L'_X(x, y, \lambda) = 0 \\ L'_Y(x, y, \lambda) = 0 \\ L'_\lambda(x, y, \lambda) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{\partial U_t}{\partial x} - \lambda.p = 0 \\ \dfrac{\partial U_t}{\partial y} - \lambda.q = 0 \\ R - x.p - y.q = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = \dfrac{1}{p} \times \dfrac{\partial U_t}{\partial x} \\ \lambda = \dfrac{1}{q} \times \dfrac{\partial U_t}{\partial y} \\ R - x.p - y.q = 0 \end{cases}$$

• Résolution du système : la méthode du lagrangien permet d'arriver à une égalité fondamentale en microéconomie.

A l'optimum les utilités marginales des biens pondérés par leur prix sont égales. A l'aide des deux premières équations, on tire une égalité fondamentale qui peut s'exprimer de deux façons :

$$(1) \text{ et } (2) \Leftrightarrow \frac{U_m^X}{p} = \frac{U_m^Y}{p}$$
$$\Leftrightarrow \frac{U_m^X}{U_m^Y} = \frac{p}{q}$$

Cette égalité fondamentale qui peut s'exprimer de deux façons est la 2nde loi de Gossen. Grâce à ce résultat (en le plaçant dans l'équation (3)), on va obtenir la valeur d'une des deux variables ce qui nous permettra, grâce à la contrainte, d'obtenir la valeur de la deuxième variable.

• Le résultat obtenu est placé dans la 3ème équation ce qui va permettre d'obtenir la valeur d'une des deux variables. Donc la valeur de la seconde variable sera déduite et on aura trouvé x et y qui maximiseront la consommation du consommateur.

2) Application

$$P\begin{cases} U(x,y) = 2xy \\ Sc: 2x + y = 36 \end{cases}$$

1ère méthode :

$$y = 36 - 2x$$
$$U_t(x,y) = 2x \Leftrightarrow U_t(x,y) = 2x(36-2x)$$
$$\Leftrightarrow U_t(x,y) = 72x + 4x^2$$
$$U'_t = 72 - 8x$$
$$\text{alors}\, x^* = 9$$
$$\text{donc}\, y = 36 - 2\times 9 \Leftrightarrow y^* = 18$$

$2^{ème}$ méthode :

1) $L(x,y,\lambda) = 2xy + \lambda(36 - 2x - y)$

2) Condition du 1^{er} ordre:

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial x}(x,y,\lambda) = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial y}(x,y,\lambda) = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda}(x,y,\lambda) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2y - 2\lambda = 0 \ ^{(1)} \\ 2x - \lambda = 0 \ ^{(2)} \\ 36 - 2x - y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = y \\ \lambda = 2x \\ 36 - 2x - y = 0 \end{cases}$$

De (1) et (2), il vient : y = 2x

3) $36 - 2x - y = 0 \Leftrightarrow 36 - 2x - 2x = 0$

$$\Leftrightarrow 36 - 4x = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{36}{4}$$

$$\Leftrightarrow x^* = 9$$

$$\text{donc } y^* = 18$$

$U(9;18) = 2 \times 9 \times 18 = 324$

$$\left(\frac{U_m^X}{p} = \frac{U_m^Y}{q} \Leftrightarrow \frac{2y}{2} = \frac{2x}{1} \Leftrightarrow y = 2x \right)$$

SECTION II : LA THEORIE DE L'UTILITE CARDINALE

I] L'étude des préférences des consommateurs

Soient 3 paniers de bien A, B et C, composés de bien en quantité variable. Soit la relation binaire noté ≥ (vague) où A ≥ B (vague) signifie que le panier A est préféré ou indifférent au panier B. Cette relation vérifie les conditions suivantes :

1. La relation est réflexive : tout panier est préféré ou indifférent à lui-même (A ≥ A)
2. La relation est transitive : si le consommateur estime que A ≥ B et B ≥ C alors : A ≥ C

Cette relation suppose que le consommateur est cohérent dans ses choix.

Ces deux conditions qualifiées parfois d'axiomes, définissent « le pré ordre des préférences du consommateur ». De plus on dira d'un « pré ordre complet » dans la mesure où la condition 3 est satisfaite :

3. La relation est dite « complète » car pour tout couple de paniers, on a soit $A \geq B$ soit $B \geq A$. Cette condition signifie simplement que le consommateur est capable de classer tous les paniers de biens possibles.

La théorie ordinale de l'utilité fait donc l'hypothèse que les préférences du consommateur correspondent à un tel pré ordre complet. A cette relation de pré ordre complet, on peut associer une relation d'équivalence ~ et définie par :

$A \sim B$ si et seulement si $A \geq B$ et $B \geq A$

Le lien avec la fonction d'utilité est immédiat :

- Si $A \geq B$ alors $U_t(A) \geq U_t(B)$
- Si $A \sim B$ alors $U_t(A) = U_t(B)$

Il existe une dernière condition importante à connaître : il s'agit de l'hypothèse de « non-satiété » ou encore appelé « hypothèse de non-saturation » :

4. « Le consommateur préfère détenir de grandes quantités des différents biens plutôt que des quantités plus faibles ». Mathématiquement : soient X et Y deux vecteurs de consommation, c'est-à-dire :

$X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$

$Y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$

Où x_i et y_i représentent les quantités du bien n°i

Si ces vecteurs sont tels que $y_i \geq x_i$ pour tout bien i, sauf au moins pour un bien, pour lequel on aura $y_i > x_i$, alors on dira que Y est préféré à X. Il suffit donc que la consommation d'un seul bien augmente, la consommation des autres ne diminuant pas, pour que ce bien soit préféré. On dit qu'il y a non-saturation des préférences.

On distingue parfois l'hypothèse au sens fort et au sens faible :

- Au sens fort : elle signifie qu'une quantité additionnelle de tout bien procure toujours au consommateur une satisfaction additionnelle, quel que soit le stock du bien considéré qu'il détienne.
- Au sens faible : elle indique la possibilité de saturation à l'égard d'un ou plusieurs biens, dont on possède déjà un certain stock, la non-saturation existant à l'égard des autres biens.

L'axiomatique des préférences que nous venons de donner permet d'élaborer une théorie ordinal de l'utilité, fondée pour l'essentiel sur la notion de courbe d'indifférence ou courbe d'iso-utilité. Cette présentation a été imaginée par V. Pareto puis reprise par JR. Hicks (dans *Value and capital*, 1939).

II] Les courbes d'indifférence

1) Définition des courbes d'indifférence

La fonction d'utilité cardinale associe un indicateur de satisfaction aux diverses quantités de biens consommés par l'individu rationnel. D'un point de vue graphique, il vaut mieux se limiter à la prise en compte de deux biens X et Y. Ainsi, on peut poser que :

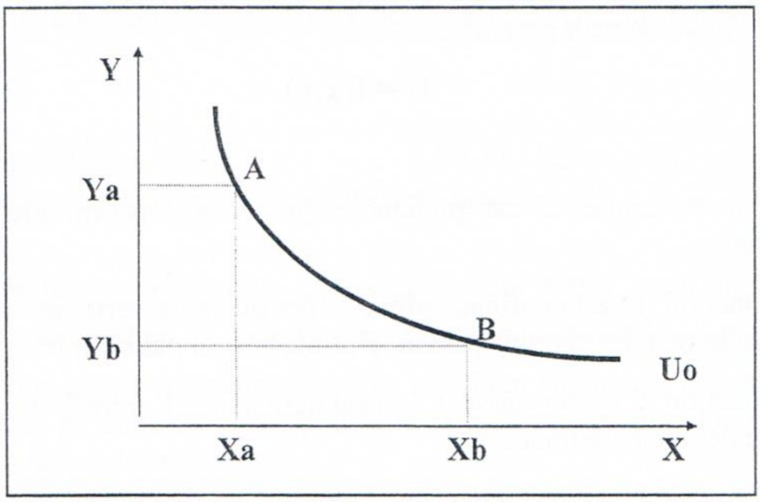
$$U = f(x, y)$$

Cette fonction doit être représentée dans un espace à trois dimensions. Mais pour simplifier l'analyse, on se ramène dans un espace à deux dimensions. En effet, il est possible de s'intéresser à la façon dont on atteint un certain niveau d'utilité U_0, grâce aux différentes combinaisons des biens X et Y :

$$U_0 = f(x, y)$$

On appelle **courbe d'indifférence** ou courbe d'utilité le lieu géométrique de toutes les combinaisons de biens qui produisent un même niveau d'utilité.

Courbe d'indifférence



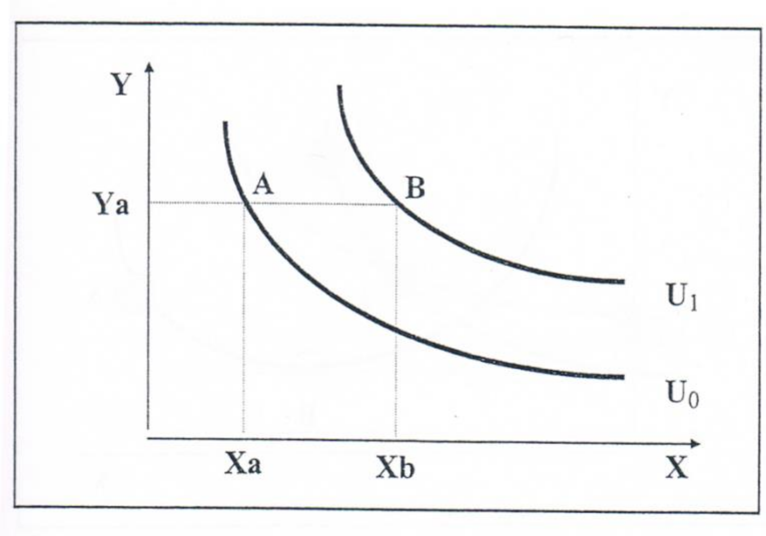
2) Propriété des courbes d'indifférences

a) L'augmentation de l'utilité

L'utilité augmente au fur et à mesure que l'on se déplace vers le haut et la droite : c'est la conséquence de l'hypothèse de non-saturation des préférences.

Sans changer les quantités consommées de biens Y, si un individu rationnel consomme davantage de biens X, alors sa satisfaction augmente et il se situe sur une autre courbe d'indifférence, plus haute.

Carte d'indifférence



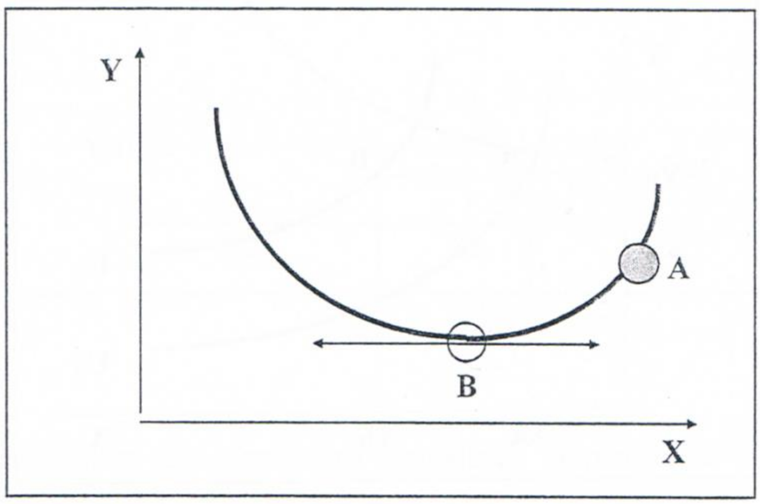
Pour une fonction d'utilité, l'ensemble des courbes d'indifférence constitue la « carte d'indifférence » du consommateur.

b) Les courbes d'indifférence sont décroissantes

Toujours à cause de l'axiome de non-saturation des préférences, il est nécessaire de ne retenir que la partie décroissante d'une courbe d'indifférence.

Imaginons le schéma suivant : selon l'axiome, A est strictement préféré à B, il ne peut donc se trouver sur une même courbe d'indifférence. Ceci est vrai pour tous les points situés entre B et A. Ainsi, pour être en accord avec l'axiomatique des préférences qui fonde la théorie ordinale, on ne peut avoir de courbe croissante.

Partie significative d'une courbe d'indifférence



c) Deux courbes d'indifférence ne peuvent pas se couper

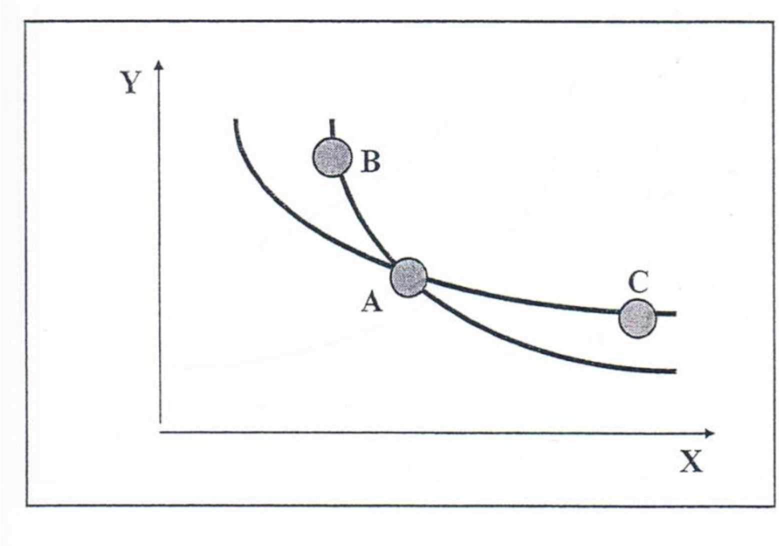
Supposons que deux courbes se coupent. Le panier A correspond à l'intersection.

Selon l'hypothèse de transitivité des préférences, on peut dire que :

- Puisque A et B sont sur la même courbe : A ~ B
- Puisque A et C sont sur la même courbe : A ~ C
- Alors B et C seront équivalents, indifférents : B ~ C

Or B et C ne sont pas sur la même courbe, ils ne peuvent être équivalents. La situation est donc impossible, toujours par référence à l'axiomatique des préférences décrites plus haut.

<u>Des courbes d'indifférence ne peuvent pas se couper</u>



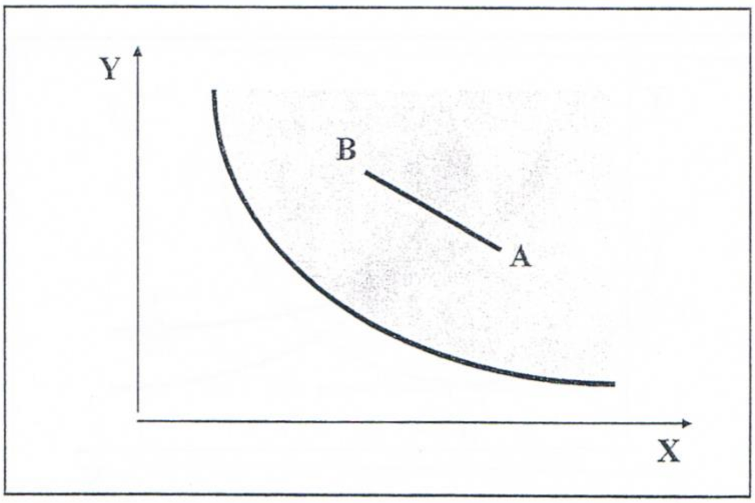
d) Les courbes d'indifférence sont convexes

Soit une courbe d'indifférence notée U_0, soit le segment [MN], la partie hachuré de la courbe correspond à tous les paniers qui sont préférés au panier A. Ces derniers forment un ensemble convexe. Cela signifie que si on prend deux paniers quelconques de cet ensemble hachuré (par exemple M et N) tous les points du segment [MN] appartiendront à l'ensemble convexe.

Lorsque les courbes d'indifférences vérifient cette hypothèse de convexité, on dira que les préférences du consommateur sont convexes. Le bon sens permet d'expliquer la convexité des courbes d'indifférences.

Imaginons que le consommateur se situe au point A, panier contenant beaucoup de Y et peu de X. Admettons qu'il souhaite augmenter sa consommation de biens X, tout en gardant la même satisfaction. Il devra pour cela faire le sacrifice d'un certain nombre de biens Y. Mais comme A les biens Y sont abondants, il est raisonnable de penser qu'il acceptera de se dessaisir d'une quantité importante de biens Y pour acquérir une petite quantité de biens X (biens rare pour le consommateur).

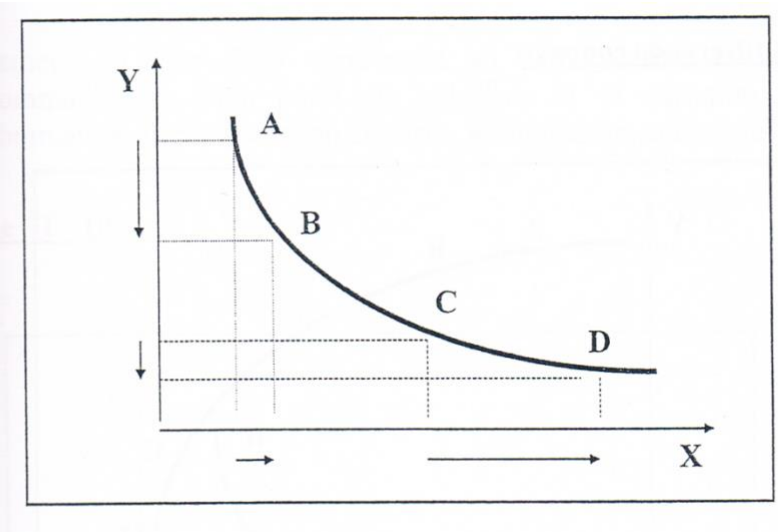
Les courbes d'indifférence sont convexes



Pour illustrer cette logique, imaginez des enfants s'échangeant des images de collection. Celui qui possède beaucoup d'images de type Y et très peu de type X sera peut-être prêt à donner à un camarade 10 images Y contre 2 images X. En d'autres termes, le taux marginal d'échange est décroissant lorsque l'on se déplace de gauche vers la droite de la courbe d'indifférence.

Plus on se déplace vers la droite, plus la logique s'inverse. Au point C, le bien rare étant le bien Y, on n'acceptera de se dessaisir de quelques Y qu'à la condition de recevoir en échange beaucoup de biens X.

La logique d'échange



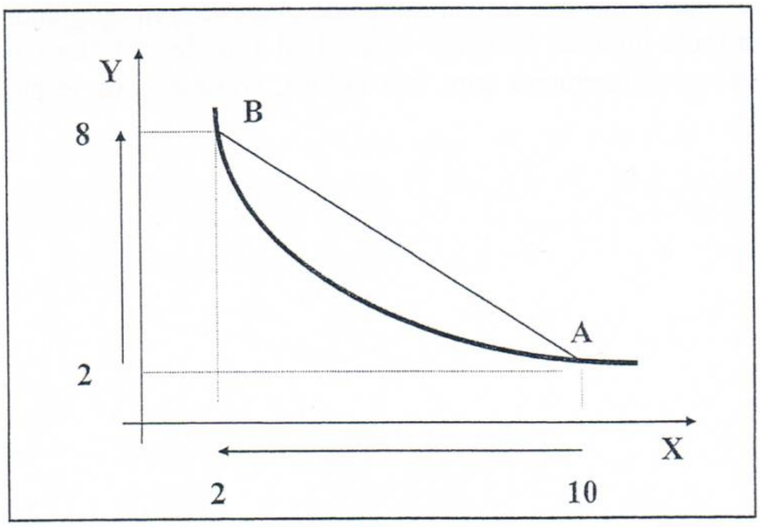
Remarque : Ce raisonnement ne fonctionnera pas si la courbe est concave ou linéaire.

III] Le taux marginal de substitution ou TMS

1) Définition et interprétation

Dans le cas de deux biens X et Y, le TMS du bien Y au bien X est égal à la quantité additionnelle de biens Y dont le consommateur doit disposer pour compenser la réduction d'une unité de la consommation de biens X, à utilité inchangée. Autrement dit, le TMS correspond au rapport entre la variation de consommation du bien porté en ordonnée et la variation induite de consommation du bien portée en abscisse, à satisfaction constante.

Courbe du TMS



Ainsi le TM_0S moyen est égal à :

$$TM_0S = \frac{y(a)-y(b)}{x(b)-x(a)} = \frac{8-2}{10-2} = \frac{3}{4}$$

On admet que le TMS est toujours positif. Ce résultat est la pente de la corde (AB). Cette valeur signifie que pour se maintenir sur la même courbe d'indifférence, donc pour avoir toujours la même satisfaction, il faut obtenir $\frac{3}{4}$ d'unité supplémentaire de bien Y chaque fois que l'on renonce à l'unité de bien X.

Le TMS est donc égal à la valeur absolue de la pente de la corde (AB) :

$$TMS = -\frac{\Delta y}{\Delta x}$$

On passe du taux moyen de substitution au taux marginal en réduisant les accroissements donc en effectuant un calcul de limite :

$$TMS = \lim_{x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = -\frac{dy}{dx}$$

On peut retrouver la définition TMS en utilisant les utilités marginales :

$$dU_t = \frac{\partial U_t}{\partial x}dx + \frac{\partial U_t}{\partial y}dy$$

Posons $dU_t = 0$ puisque nous souhaitons rester sur la même courbe d'indifférence :

$$\frac{\partial U_t}{\partial x}dx + \frac{\partial U_t}{\partial y}dy = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial U_t}{\partial x}dx = -\frac{\partial U_t}{\partial y}dy$$

$$\Leftrightarrow -\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{\partial U_t}{\partial x}}{\frac{\partial U_t}{\partial y}}$$

$$TMS = \frac{\frac{\partial U_t}{\partial x}}{\frac{\partial U_t}{\partial y}} = \frac{U_m^X}{U_m^Y}$$

L'hypothèse de convexité des préférences du consommateur s'identifie à l'hypothèse de décroissance du TMS.

2) Les courbes d'indifférence selon la nature des biens

Jusqu'à présent nous avions des courbes d'indifférence hyperbolique, cela traduit le fait que les biens sont des substituts imparfaits.

Lorsque les courbes d'indifférence sont des droites (de pentes négatives) dans ce cas on dit que les biens sont parfaitement substituables. Dans ce cas le TMS est constant.

Il existe un 3e cas où les biens sont des compléments parfaits, cela signifie qu'ils sont toujours consommés ensemble dans des proportions fixes.

IV] L'équilibre du consommateur (dans la théorie oridnale)

1) Approche graphique

L'objectif du consommateur rationnel consiste à retirer le maximum de satisfactions, d'utilité, des ressources dont il dispose. Le consommateur cherche donc à maximiser sa focntion d'utilité sous contrainte. Pour représenter cette contrainte budgétaire il est nécessaire de se donner un niveau R_0. Cette contrainte budgétaire est composée de deux éléments exogènes :

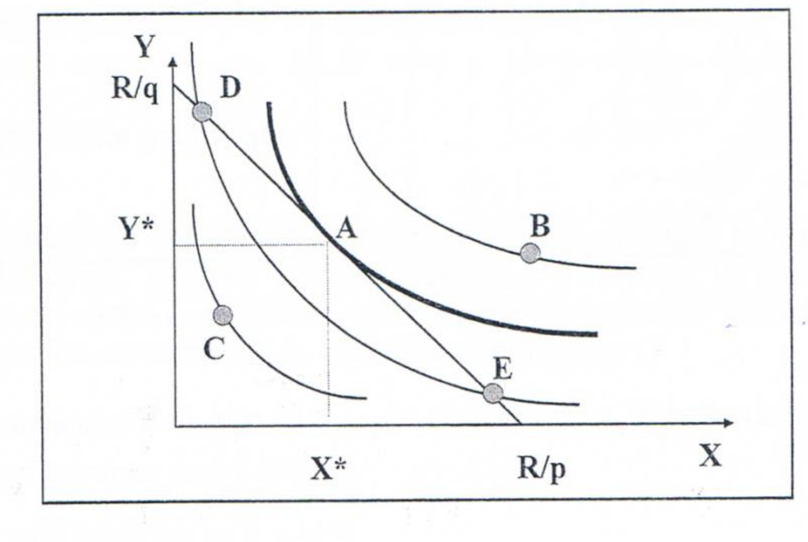
- Les ressources dont il dispose
- Le prix du bien qu'il achète

La contrainte de ressources est notée : $R = x.p_x + y.p_y$

Notons R_0 :

$$R_0 = x.p_x + y.p_y \Leftrightarrow y.p_y = R_0 - x.p_x$$
$$\Leftrightarrow y = \frac{R_0}{p_y} - x.\frac{p_x}{p_y}$$

Courbe d'indifférence et équilibre du consommateur



L'optimum se situe au point de tangence de la droite de budget et de la courbe d'indifférence la plus élevée.

Le coefficient directeur de la droite de budget est égal au rapport des prix : $-\frac{p_x}{p_y}$

Ainsi à l'optimum, le TMS est égal au rapport des prix des facteurs :

$$TMS = \frac{p_x}{p_y}$$

2) Approche algébrique (cf. section 1- IV)

On note le lagrangien L(x, y, λ)

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial x}(x,y,\lambda) = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial y}(x,y,\lambda) = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda}(x,y,\lambda) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p_x = \frac{U_m^X}{\lambda} \\ p_Y = \frac{U_m^Y}{\lambda} \\ R - x.p_x - y.p_y = 0 \end{cases}$$

Intéressons-nous maintenant au différentiel total du revenu :

$$dR = P_X.dx + P_y.dy \Leftrightarrow dR = \frac{U_m^X}{\lambda}.dx + \frac{U_m^Y}{\lambda}.dy$$
$$\Leftrightarrow dR = \frac{1}{\lambda}.(U_m^X.dx + U_m^Y.dy)$$
$$\Leftrightarrow dR = \frac{1}{\lambda}.dU_t$$
$$\Leftrightarrow dU_t = \lambda.dR$$

On obtient l'égalité finale suivante :

$$dU_t = \lambda.dR$$

Ainsi, si les ressources R du consommateur augmentent (baisse) d'un petit montant dR, alors l'utilité de ce consommateur augmentera (baissera) d'un montant λ.dR, le multiplicateur de Lagrange mesure donc l'accroissement d'utilité provoqué par une petite variation des ressources du consommateur.

Rappel mathématiques

$$f(x, y) \qquad df = \frac{\partial f}{\partial x}dx + \frac{\partial f}{\partial y}dy$$

$$R = px + qy \qquad dR = \frac{\partial R}{\partial x}dx + \frac{\partial R}{\partial y}dy$$

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial R}{\partial x} &= p\\ \frac{\partial R}{\partial y} &= q\end{aligned}\right\} \Rightarrow R = pdx + qdy$$

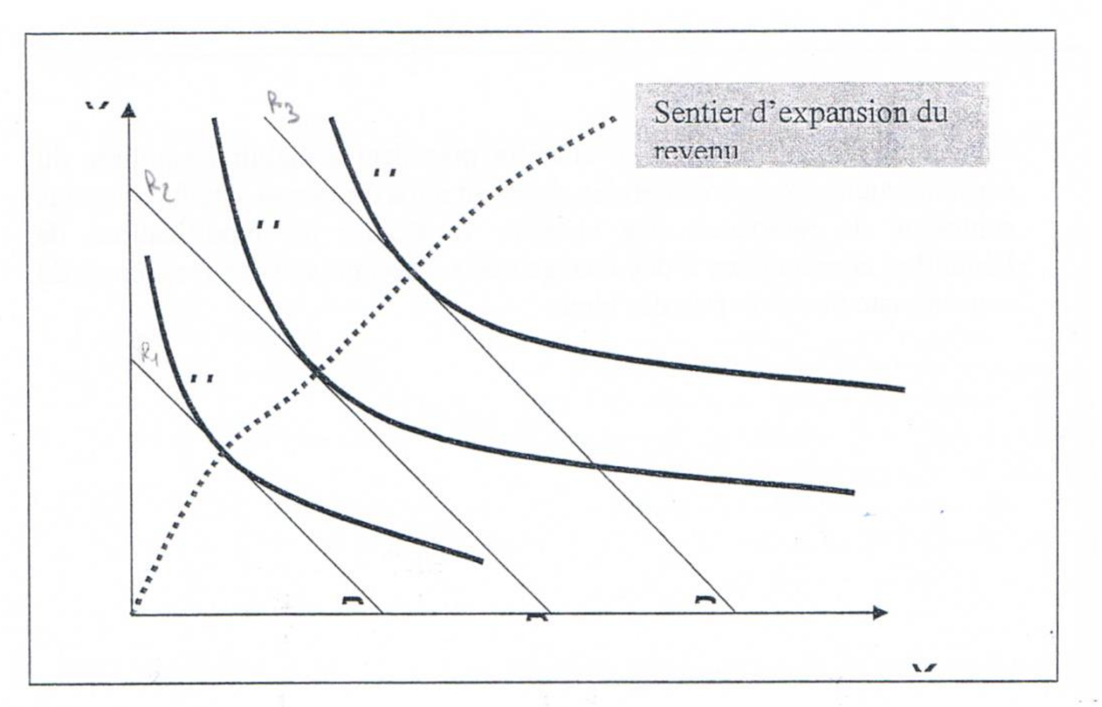
CHAPITRE III : LA DEMANDE DU CONSOMMATEUR

SECTION I : LA DEMANDE EST FONCTION DU REVENU

I] La courbe de consommation-revenu

A chaque fois qu'une droite de budget est tangente à une courbe d'indifférence cela définit un nouvel optimum. L'ensemble de ces optimums définit le chemin d'expansion du revenu encore appelé **courbe de consommation-revenu**.

Courbe de consommation-revenu



Ce graphique permet de visualiser la façon dont l'équilibre consommateur se modifie en fonction des variations de son revenu.

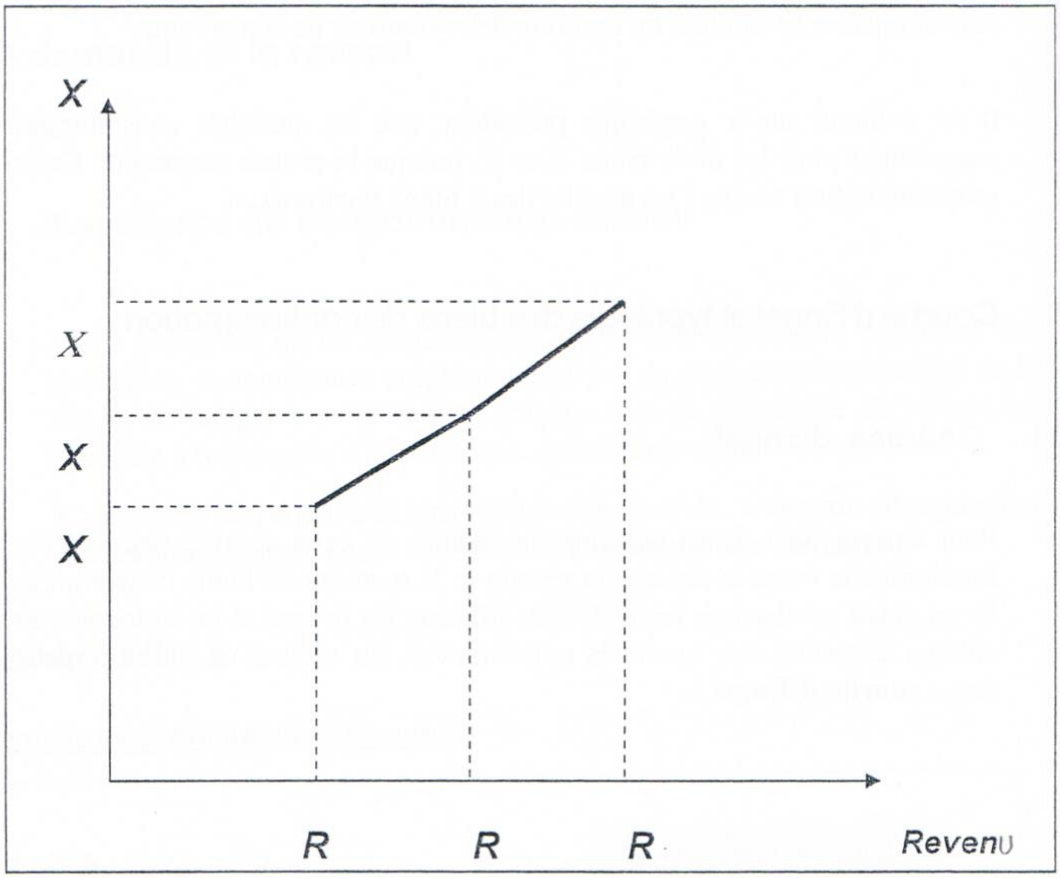
Remarque : Sur ce graphique à chaque fois que le revenu augmente les quantités des biens X et Y augmentent. Cela signifie que les biens X et Y sont des biens normaux.

II] Courbe d'Engel et typologie des biens de consommation

1) Courbe d'Engel

Pour chaque bien il est possible de déduire de la courbe précédente une relation fonctionnelle entre le niveau du revenu et la quantité de bien consommé, si on place en abscisse les différents niveaux de revenu et en ordonnée les valeurs associées des quantités consommés, on obtient **la courbe d'Engel**.

Courbe d'Engel



Les courbes d'Engel n'ont pas toutes la même allure, elles dépendent des préférences des goûts et des désirs des consommateurs. Malgré tout, Engel a trouvé des éléments stables et il a inventé une typologie des biens de consommation.

2) L'élasticité-revenu

a) Application aux courbes d'Engel

Le constat de l'élasticité est indispensable à la compréhension de la typologie d'Engel. **L'élasticité de la demande** par rapport au revenu mesure l'effet d'une variation du revenu sur le niveau de la consommation (pour un bien donné ou pour un ensemble de biens). Autrement dit, l'élasticité permet de mesurer la sensibilité de la demande à des variations de revenu.

$$E_{C/R} = \lim_{\Delta R \to 0} \frac{\frac{\Delta C}{C}}{\frac{\Delta R}{R}} = \frac{dC}{dR} \times \frac{R}{C}$$

L'élasticité-revenu est aussi égale au rapport entre la propension marginale à consommer et la propension moyenne à consommer :

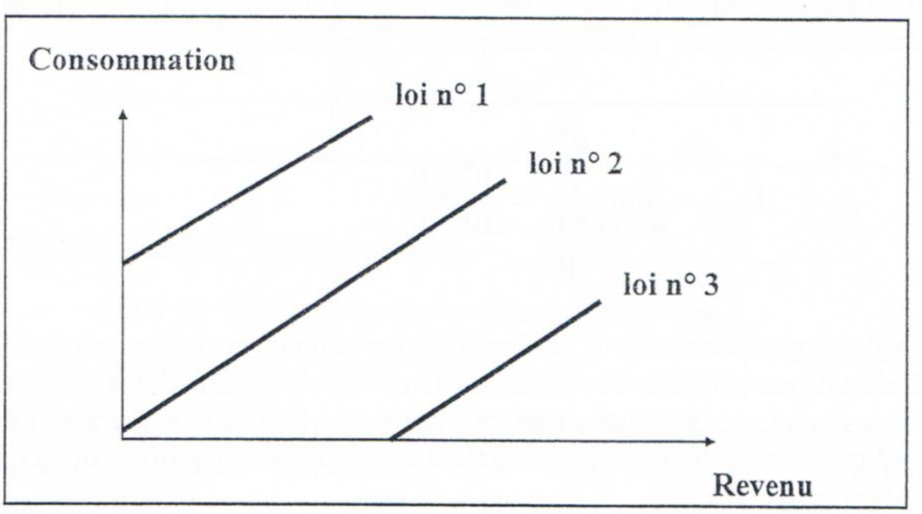
$$E_{C/R} = \frac{\frac{dC}{dR}}{\frac{C}{R}}$$

b) Typologie d'Engel

Les travaux d'Engel ont mis en évidence trois famille de biens :

- **Dépenses alimentaires** : $0 < E_{C/R} < 1$
- **Dépenses de logement et d'habillement** : $E_{C/R} = 1$
- **Dépenses de culture, de loisirs, de santé et d'hygiène, de transport** : $E_{C/R} > 1$

<u>Lois d'Engel</u>



c) Les biens selon leur élasticité-revenu

Il existe deux grandes catégories de biens selon la valeur de l'élasticité-revenu :

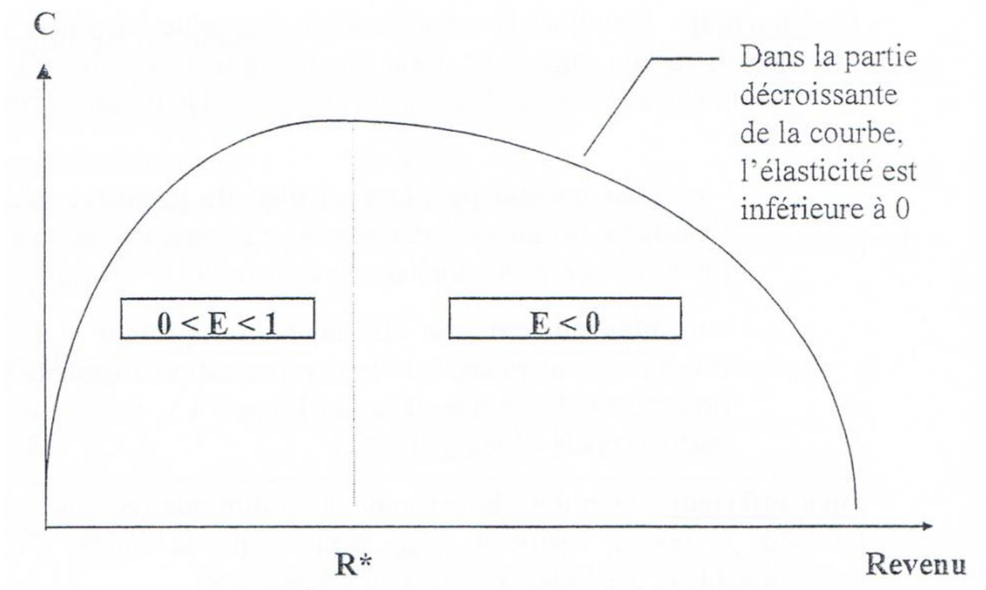
– Bien normal : bien dont la consommation augmente moins que proportionnellement au revenu. Cela signifie que l'élasticité est comprise entre 0 et 1.

- Un bien normal peut être un bien de première nécessité si l'élasticité-revenu est inférieur à 1 : la consommation augmente mois que proportionnellement au revenu ($0 < E_{C/R} < 1$)
- Un bien normal peut être un bien supérieur si l'élasticité-revenu est supérieur à 1 : la consommation augmente plus que proportionnellement au revenu ($E_{C/R} > 1$). Ce type de bien est parfois appelé « bien de luxe »

– Bien inférieur : bien dont la consommation diminue (en valeur absolue) lorsque le revenu augmente. Cela signifie que la courbe d'Engel est décroissante et que l'élasticité-revenu est négative.

Remarque : Un même bien peut être à la fois normal et inférieur : normal pour de très faibles niveaux de revenu et inférieur pour des niveaux de revenu plus élevés. C'est pourquoi on peut représenter une fonction de consommation pour un bien par une parabole renversée.

Cas d'un bien normal et inférieur



SECTION II : LA DEMANDE DU CONSOMMATEUR EST FONCTION DU PRIX

I] La fonction de demande individuelle du consommateur

L'objectif est d'étudier les effets de variation de prix d'un bien sur les quantités consommées de ce bien « *toutes choses égales par ailleurs* ». Ici, le prix des biens et le revenu sont des données. On considère qu'il n'y a pas d'effet de publicité, de l'éducation, tout est bloqué. A un moment donné on a débloqué un seul prix d'un seul bien et regarder ce qui se passe.

On note : $Q_A = f(p_A, p_B, p_C, ..., Re, Cr, Pub, Ed...)$

– R : montant maximal des ressources
– p : prix du bien X
– q : prix du bien monnaie M. Mais on pose comme hypothèse que le prix unitaire du bien monnaie égal à 1, donc q = 1.
– m : quantité du bien M

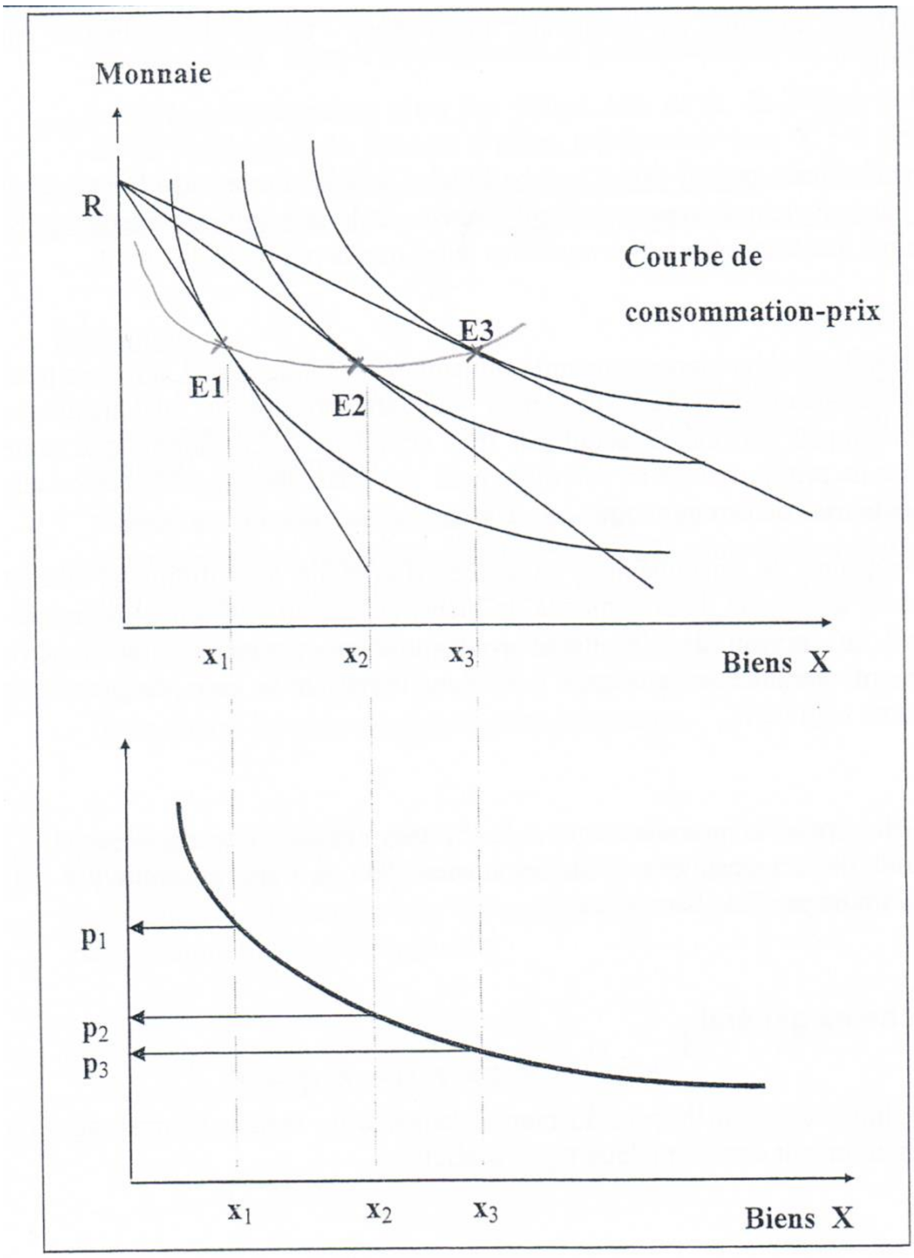
Ainsi : $p.x + q.m = R \Leftrightarrow m = R - p.x$

La droite de budget a donc pour ordonnée à l'origine R. Suivant la valeur de p, cette droite est plus ou moins inclinée. Lorsque p diminue, la pente diminue.

On tracera la courbe de consommation-prix.

Ainsi, suivant la valeur du prix p, on obtient différentes valeurs d'équilibre E1, E2, E3. La courbe reliant ces points est appelé **courbe de consommation-prix**. Pour chaque niveau de prix (p_1, p_2 et p_3), le consommateur est donc capable d'indiquer une quantité optimale (x_1, x_2 et x_3). De ces relations, il est facile de tracer la courbe de demande individuelle, traditionnellement décroissante (il peut exister des cas particuliers, que nous étudierons, où la courbe n'a pas cette allure).

Courbe de consommation-prix



Le passage de la première courbe à la deuxième courbe conduit à mettre en évidence que cette courbe individuelle est le reflet des préférences du consommateur.

Remarque : Lorsque la demande diminue suite à l'augmentation du prix, on dit que le bien est ordinaire (ordinaire → prix, normal → revenu)

II] Effet de substitution et effet de revenu

L'objectif est d'étudier les effets de la variation du prix d'un bien X sur les quantités consommées de bien X et de bien Y, toujours en utilisant l'hypothèse « *toutes choses égales par ailleurs* ». Il existe plusieurs méthodes pour mettre en évidence les effets de substitution et de revenu : seule la méthode de Hicks sera au programme de ce cours.

1) Le schéma général

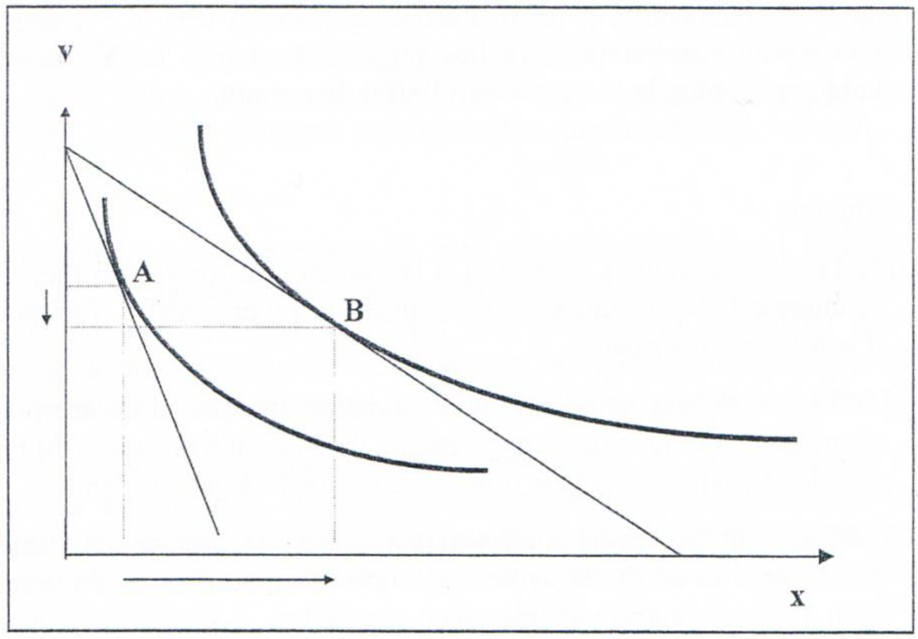
Imaginons que seul le prix de X baisse, on constate alors deux effets :

– **L'effet de substitution** : le bien Y étant devenu en valeur relative plus chère, sa consommation va baisser, le consommateur va avoir tendance à substituer du X au Y.

– **L'effet de revenu** : dans la mesure où le revenu du consommateur n'a pas varié, la baisse du prix d'un bien rend le consommateur plus riche et augmente son pouvoir d'achat. A quoi consacrer ce supplément de pouvoir d'achat ? Il peut être consacré à l'achat de plus de X et/ou de plus de Y : c'est l'effet revenu.

$$R = p.x + q.y \Leftrightarrow -\frac{p}{q}x + \frac{R}{q}$$

<u>Effets de substitution et de revenu</u>



En A le consommateur maximise sa consommation. Lorsque le prix de X baisse, cela signifie que p baisse, la droite de budget à une pente plus douce puisque le coefficient directeur (p/q) baisse. L'ordonnée à l'origine ne change pas, dans la mesure où le revenu et le prix de Y ne changent pas. Le B est le nouvel optimum, le consommateur suite à la baisse X consomme plus de X et moins de Y. Cet effet total est la somme de deux effets que l'on va mettre en évidence. Il se compose d'un effet de substitution car le prix du bien X en valeur relative est moins chère que celui de Y. Mais d'un autre côté, comme le prix de X a baissé, nous sommes plus riche en terme de pouvoir d'achat puisque notre revenu n'a pas baissé, et cela se manifeste par la volonté d'acheter plus de Y et plus de X.

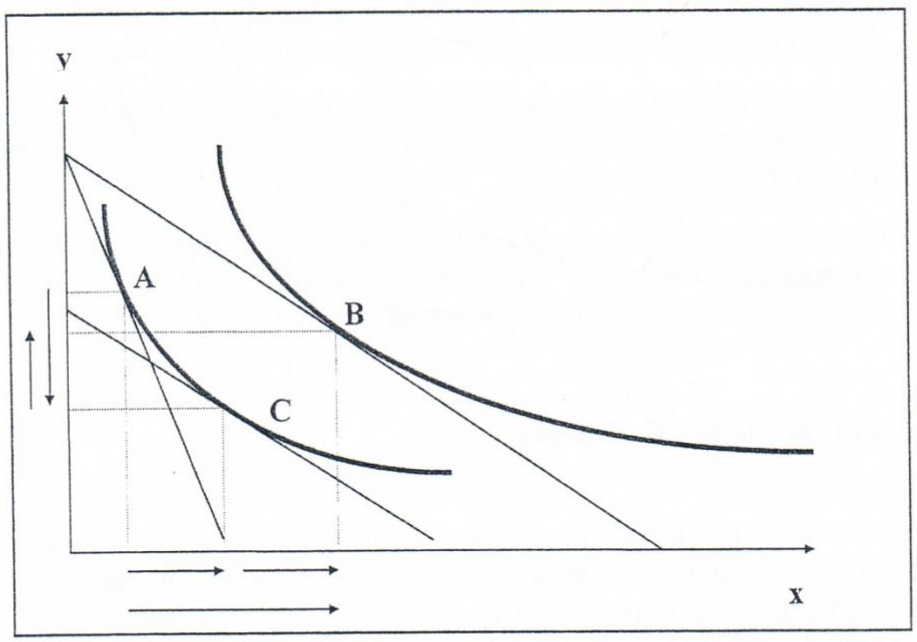
2) <u>La mise en évidence des deux effets par la méthode John Hicks</u>

On décompose l'effet total en deux effets :

- L’effet de substitution : de A à C
- L’effet de revenu : de C à B

Pour décomposer l’effet total, on utilise une astuce de raisonnement. On suppose que la baisse du prix du bien X s’accompagne d’une baisse du revenu qui soit telle que la satisfaction reste à son niveau initial. Ainsi, on prive fictivement le consommateur de l’augmentation de son pouvoir d’achat que la baisse du prix de X aurait dû lui procurer. Dans un second temps, on annulera cette baisse fictive du revenu et on mettra en évidence l’effet de revenu entre C et B.

Effet de substitution et de revenus selon Hicks



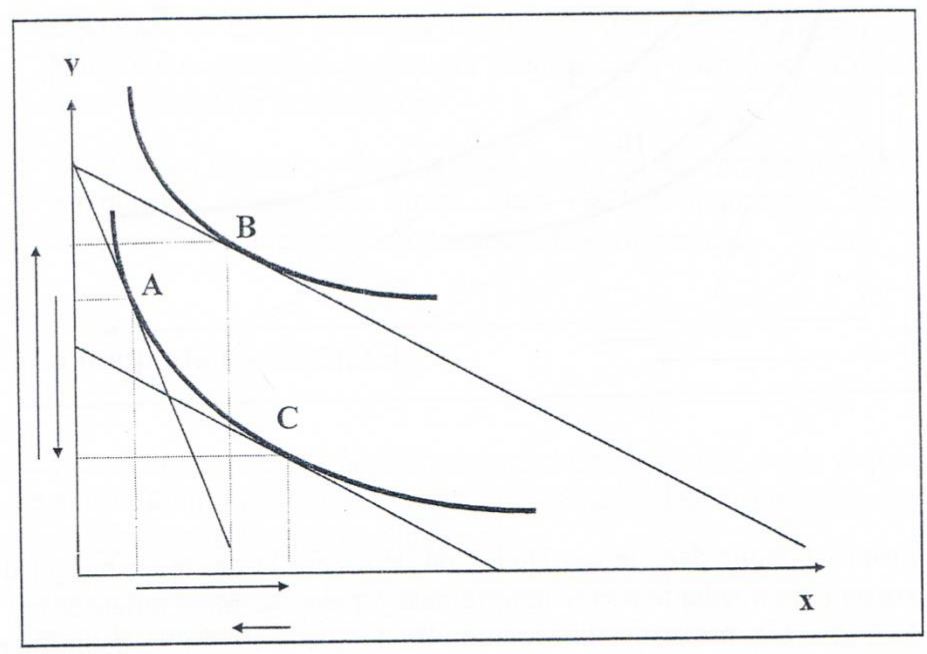
On souhaite que le rapport d’échange au point C soit le même que le TMS au point B. Lorsqu’on remet du pouvoir d’achat pour le consommateur on veut qu’il y est conservation de entre la courbe de consommation et la droite de budget.

Remarque : dans le graphique précèdent les biens X et Y sont des biens normaux, puisque l’effet revenu est positif pour X et pour Y. Une hausse du revenu relatif a entrainé une hausse de X et de Y.

3) Biens inférieurs et biens Giffen

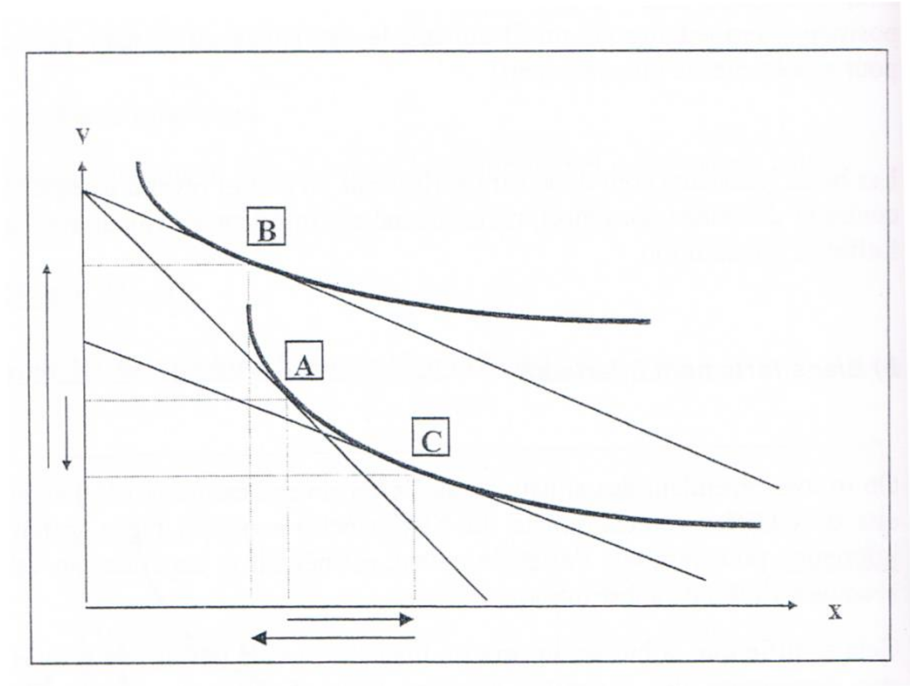
Imaginons maintenant que le bien X soit un bien inférieur et que son prix baisse. Que se passe-t-il ? L’effet de substitution sera toujours positif : accroissement de la consommation de X qui est relativement moins que Y. Comme X est inférieure, l’accroissement du pouvoir d’achat ne devra plus être utilisé à l’achat de X.

Méthode Hicks – Le bien X est un bien inférieur



Un bien inférieur est caractérisé par un effet revenu négatif. Cependant, cet effet revenu négatif reste dans la plupart des cas inférieur en valeur absolue à l'effet de substitution. On trouve des situations, où l'effet de revenu est tellement fort (cas rare) que c'est l'effet revenu qui l'emporte sur l'effet de substitution. Les biens dits de Giffen, sont des biens fortement inférieurs pour lesquels l'effet de revenu est négatif et supérieur en valeur absolue à l'effet de substitution. Cela signifie une baisse du prix de X, provoquera une baisse des quantités consommés de X.

Paradoxe de Giffen – Approche graphique selon Hicks

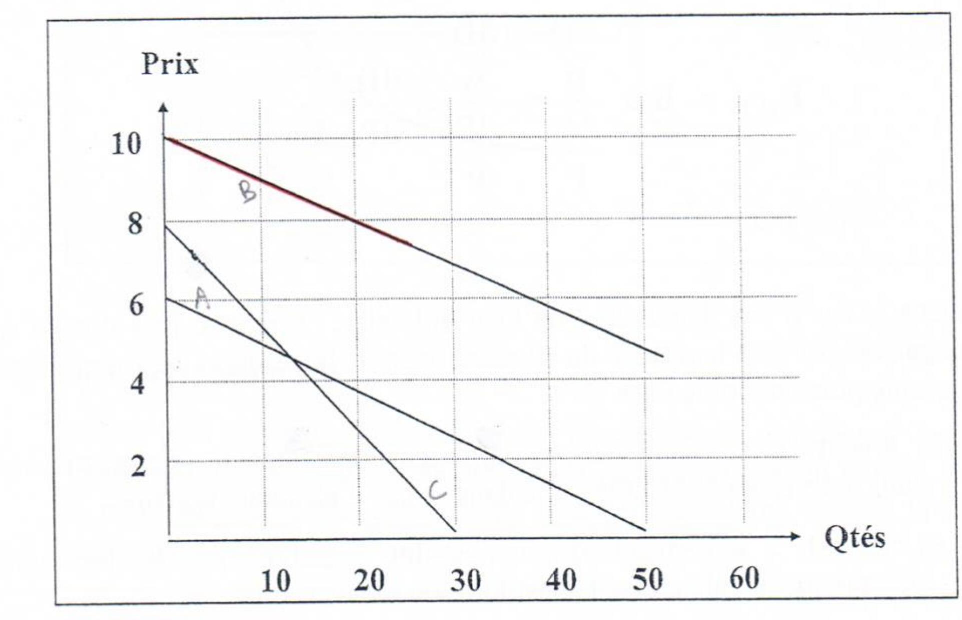


III] Demande du marché et élasticité-prix

1) La demande totale du marché

La demande totale est la somme de toutes les demandes individuelles. Il y a deux cas :

- Soit les demandes individuelles des consommateurs sont toutes différentes, il faut alors faire une sommation des demandes individuelles pour trouver la demande totale.
- Soit les demandes individuelles des consommateurs sont toutes les mêmes, il faut alors multiplier la demande individuelle par le nombre de consommateur.



La courbe rouge de demande totale s'obtient par sommation horizontal pour chaque niveau de prix des courbes de demandes individuelles.

2) Elasticité de la demande par rapport au prix

a) Elasticité-prix direct

L'élasticité-prix direct mesure l'influence d'une variation du prix d'un produit X sur les quantités consommés de ce même produit, toutes choses égales par ailleurs. Il est possible d'effectuer cette mesure sur les courbes de demande individuelle ou sur la courbe de demande du marché. On a :

$$E_{D/P} = \lim_{\Delta P \to 0} \frac{\frac{\Delta D}{D}}{\frac{\Delta P}{P}} = \frac{\frac{dD}{D}}{\frac{dP}{P}} = \frac{dD}{dP} \times \frac{P}{D}$$

$$p = aq + b \Leftrightarrow q = \frac{p}{a} - \frac{b}{a}$$

Dans le cas d'un bien ordinaire, l'élasticité prix directe est négative (le plus fréquent). Suivant la valeur du résultat négatif, la réaction sera considéré comme plus ou moins forte :

- Si $e = -1$: prix et demande varient proportionnellement (certes, toujours dans le sens opposé). On parle dans ce cas d'élasticité unitaire.
- Si $e < -1$: la demande du bien est dite « élastique », avec des degrés suivant que la valeur absolue est forte ou moins forte.
- Si $e = 0$: la demande est parfaitement inélastique.
- Si $-1 < e < 0$: la demande du bien est dite « faiblement élastique » ou « inélastique » ou « rigide ». La variation de la demande est moins que proportionnelle à la variation du prix (ce dernier exerce une influence relativement faible sur le niveau de la demande)
- Si $e > 0$: la demande est dite « anormale ». Ce cas est assez rare, il concerne parfois certains biens pour lesquels un effet de snobisme est constaté (consommateur qui consomme d'avantage du bien dont le prix à augmenter)

b) L'élasticité partielle de la demande

On peut définir deux types d'**élasticité partielle** :

- Les élasticités partielles directes : élasticité – prix direct
- Les élasticités partielles croisées : possibilité d'étudier l'influence d'une variation du prix de X sur les quantités consommées d'un autre bien

Trois cas possibles :

- $e = 0$:
- $e < 0$: la hausse du prix du bien X entraîne la baisse des quantités consommées de Y.
- $e = 0$: on ne peut pas trancher de matière certaine.

$$E_{B1/p_2} = \frac{\frac{\partial f}{b_1}}{\frac{\partial p_2}{p_2}} = \frac{\partial f}{\partial p_2} \bullet \frac{p_2}{b_1} = \frac{p_2}{b_1} \bullet f'_{p_2}$$

<u>Remarque</u> : voir et apprendre l'élasticité d'arc :

$$E_{arc} = \frac{\frac{Q_2 - Q_1}{\frac{Q_2 + Q_1}{2}}}{\frac{P_2 - P_1}{\frac{P_2 + P_1}{2}}} = \frac{\frac{Q_2 - Q_1}{Q_2 + Q_1}}{\frac{P_2 - P_1}{P_2 + P_1}}$$

CHAPITRE IV : COMPLEMENTS SUR LA THEORIE DU CONSOMMATEUR

SECTION I : LES CHOIX INTER-TEMPORELS

On parle de préférence inter-temporel pour indiquer que les consommateurs cherchent à maximiser leur satisfaction dans le temps.

I] Principe de base

Nous ferons quelques hypothèses simplificatrices :

1. L'analyse est dynamique, mais simplement sur deux périodes, l'année 1 et l'année 2.
2. Le consommateur n'a pas de capital initial.
3. Le consommateur ne souhaite pas disposer de capital à la fin de l'année 2.
4. L'agent connaît ses revenus R_1 et R_2 de l'année 1 et de l'année 2
5. Le taux d'intérêt i (en %) concerne aussi bien les prêteurs que les emprunteurs.
6. L'agent est rationnel, s'il ne dépense pas tout son revenu en période 1 alors il place son épargne au taux i. L'épargne est égale à $E_1 = R_1 - C_1$ (ce placement lui permettra de consommer plus que le revenu R_2 le lui aurait permis l'année 2).
7. Dans le cas contraire, si en période 1 l'agent consomme plus qu'il ne gagne alors il va s'endetter, il s'endette au taux i et cela aura des conséquences sur sa consommation de la période 2. En effet, si $R_1 < C_1$ alors l'agent s'endette.
8. Le prix des deux biens B_1 et B_2 vaut 1 unité monétaire, alors les valeurs C_1 et C_2 sont à la fois des quantités et des unités monétaires.
9. Le prix des produits est stable, il n'y a pas d'inflation.

L'objectif de cette section, consiste à calculer pour chaque période montant optimal de consommation que l'agent doit réaliser pour maximiser son utilité.

1ère étape : écrire la contrainte de budget inter-temporel :

$$E_1 = R_1 - C_1$$

L'agent place cette épargne, qui lui rapporte donc un montant :

$$I_1 = i.E_1 = i.(R_1 - C_1)$$

Ce qui permet d'écrire :

$$\boxed{\begin{aligned} C_1 + C_2 = R_1 + R_2 + i.(R_1 - C_1) &\Leftrightarrow C_1 + C_2 + i.C_1 = R_1 + R_2 + i.R_1 \\ &\Leftrightarrow C_1.(1+i) + C_2 = R_1.(1+i) + R_2 \qquad (1) \end{aligned}}$$

Cette équation exprime l'équilibre obligé du consommateur en termes de valeur future. Il est possible d'exprimer l'équation (1) en termes de valeur présente. On passe de l'équation (1) à (2) en divisant tout par (1 + i) :

$$C_1 + C_2.(1+i)^{-1} = R_1 + R_2.(1+i)^{-1} \quad (2)$$

Remarques : toutes ces relations sont valables si l'agent s'endette au lieu d'épargner.

II] Illustration

1) Avec un taux d'intérêt nul

Soit $R_1 = 10\ 000$ et $R_2 = 20\ 000$

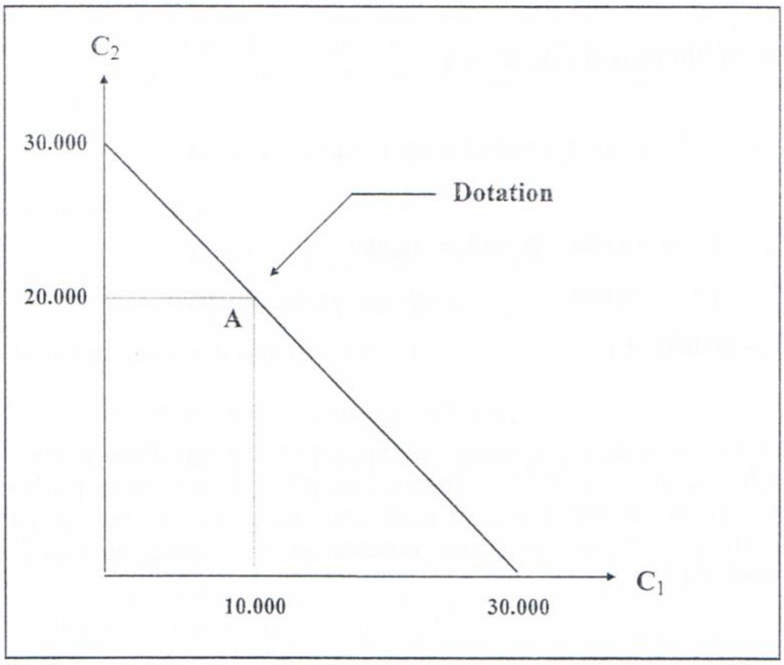
Utilisons les résultats préalablement établis :

$C_1 + C_2 = 10\ 000 + 20\ 000 = 30\ 000$

$C_1 + C_2 = 30\ 000$ (contrainte budgétaire)

$C_2 = 30\ 000 - C_1$ (droite de coefficient directeur égale à -1)

Contrainte budgétaire avec taux d'intérêt nul



A gauche de la dotation l'agent place, à droite il emprunte.

2) Avec un taux d'intérêt > 0

Admettons que le taux d'intérêt soit de 20 % l'an. La contrainte budgétaire du consommateur s'écrit alors :

$$C_1.(1+20\%)+C_2=10.000\times(1+20\%)+20.000=32.000$$

$1{,}20.C_1+C_2=32.000$ (nouvelle contrainte de budget)

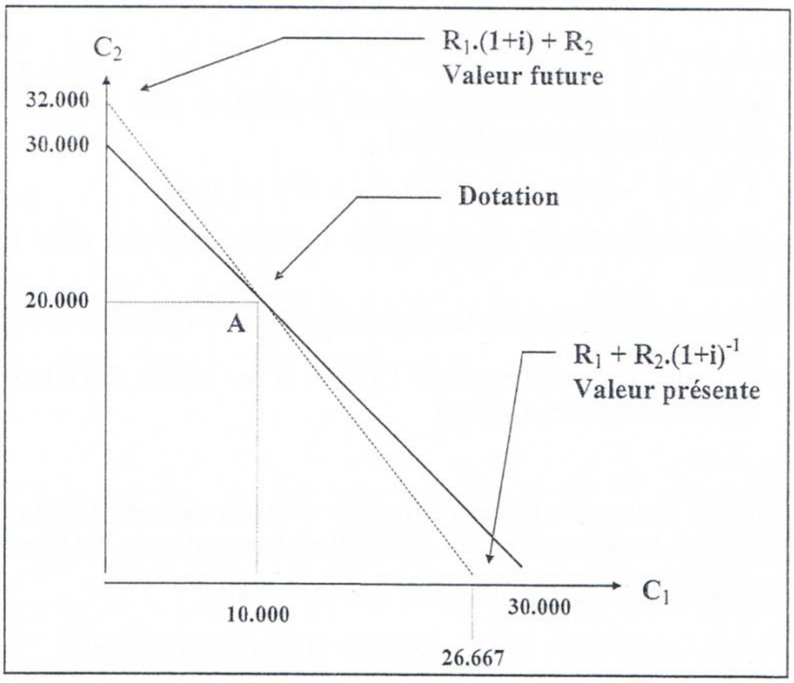
$C_2=32.000-1{,}20.C_1$ (droite de coefficient directeur égal à -1,20)

Si C_2 = 0 alors C_1 = 32.000/(1+20%) = 26.667 en dépensant 26.667 l'année 1, l'agent emprunte 16.667 il paie donc des intérêts sur la somme empruntée :

I = 16.667.20% = 3.333

Le cumul de ce qu'il emprunte (16.667) et des intérêts (3.333) est bien égal à son revenu R_2 (20.000).

Contrainte budgétaire avec taux d'intérêt non nul



On constate que le coefficient directeur de la droite de budget est égal (1+i). Toutes les droites de budget passent par la dotation quelques soit la valeur du taux d'intérêt. Plus le taux d'intérêt augmente plus la pente de la droite est forte.

III] Détermination du choix optimal

1) Les préférences inter-temporelles des agents

L'objectif consiste à maximiser la satisfaction de l'agent dans le temps. Pour cela, on va définir une fonction d'utilité inter-temporelle notée $U = f(C_1, C_2)$.

Supposons que le consommateur puisse atteindre un niveau de consommation $U_0 = f(C_1, C_2)$. On appellera courbe d'indifférence inter-temporelle le lieu géométrique de toutes les combinaisons qui satisferont cette égalité.

Remarque : Les courbes d'indifférence inter-temporelle ont les mêmes propriétés que les courbes d'indifférence (voir chap. précédent.)

Sur le même principe, on définira un **taux marginal de substitution inter-temporel: TMSIT**. Il est définit de la même manière que le TMS

$$\boxed{TMSIT = -\frac{dC_2}{dC_1}}$$

Remarque : dire qu'un consommateur est « indifférent au temps » signifie que la courbe d'indifférence est matérialisée par une droite de coefficient directeur égale à -1. On accepte de se priver d'une somme maintenant pour avoir la même somme plus tard.

En règle générale, les consommateurs ont une préférence pour le présent, plus cette préférence est forte, plus l'agent exigera de consommer beaucoup en période 2 pour compenser une baisse de sa consommation en période 1. Si en un point de la courbe le TMSIT = 1,3, cela signifie que l'agent exige de dépenser 1,3 € en plus en période 2 pour compenser une réduction de sa consommation de 1 € en période 1. L'agent demande donc une sorte de bonus de 30% à chaque fois qu'il se prive de dépenser 1 € en période 1.

A partir du TMSIT on peut retomber sur notre taux de préférence inter-temporelle :

$$t = -\frac{\partial C_2}{\partial C_1} - 1$$

Imaginons que le consommateur soit indifférent au temps, dans ce cas le TMSIT sera égal à 1 en chaque point de la courbe. La courbe d'indifférence sera alors une droite.

2) La recherche du maximum

Il s'agit de maximiser la fonction d'utilité inter-temporelle tout en respectant la contrainte de budget. Exemple d'une fonction d'utilité très simple : $U = C_1.C_2$

Maximiser : $U = f(C_1, C_2) = C_1.C_2$

Sous la contrainte : $C_1.(1+i) + C_2 = R_1.(1+i) + R_2$

$$(C_1 - R_1).(1+i) + (C_2 - R_2) = 0$$
$$1.20(C_1 - 10000) + (C_2 - 20000) = 0$$

Formons le lagrangien :

$$L(C_1, C_2, \lambda) = C_1.C_2 + \lambda[1.20.(C_1 - 10000) + (C_2 - 20000)]$$

$$\begin{cases} L'_{C_1}(C_1, C_2, \lambda) = C_2 + 1.20\lambda = 0 & (1) \\ L'_{C_2}(C_1, C_2, \lambda) = C_1 + \lambda = 0 & (2) \\ L'_{\lambda}(C_1, C_2, \lambda) = 1.20.(C_1 - 10000) + (C_2 - 20000) = 0 \end{cases}$$

De (1) on obtient : $C_2 = -1.20\lambda$

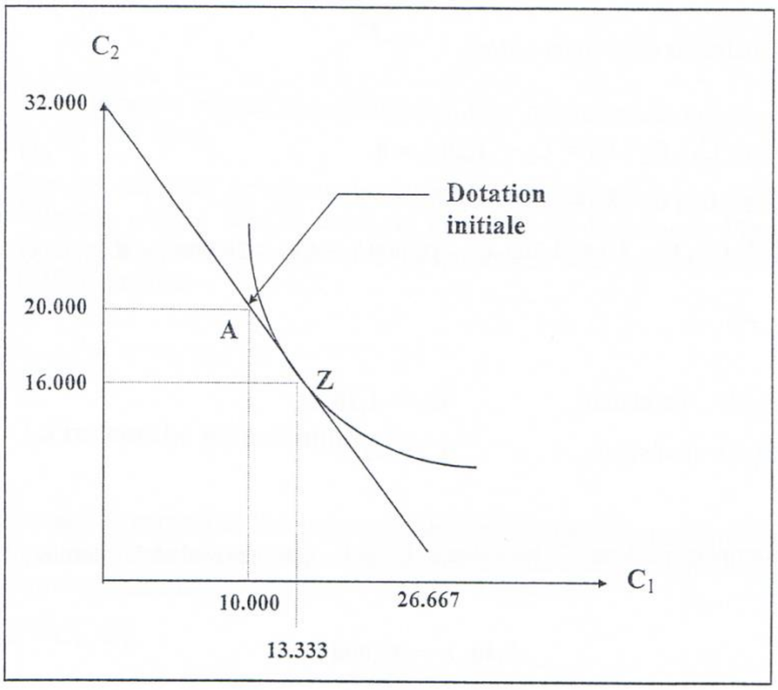
De (2) on obtient : $C_1 = -\lambda$

Il vient facilement : $-2.40\lambda = 32000 \Leftrightarrow \lambda = -13333.33$

Puis : C_1 = 13 333,33 C_2 = 16 000

Ainsi, par rapport à ses préférences, le consommateur va emprunter 3 333,33€ pour consommer C_1 = 13 333,33 la première année.
Il ne pourra consommer que 16.000€ la 2ème année car il est obligé de rembourser le capital et les intérêts (3 333,33 + 3 333,33 x 20%) = 4.000€

<u>Equilibre du consommateur</u>



Au point optimal Z, la dérivée de la courbe d'indifférence est égale au coefficient de la droite de budget. Ici, c'est agent emprunteur.

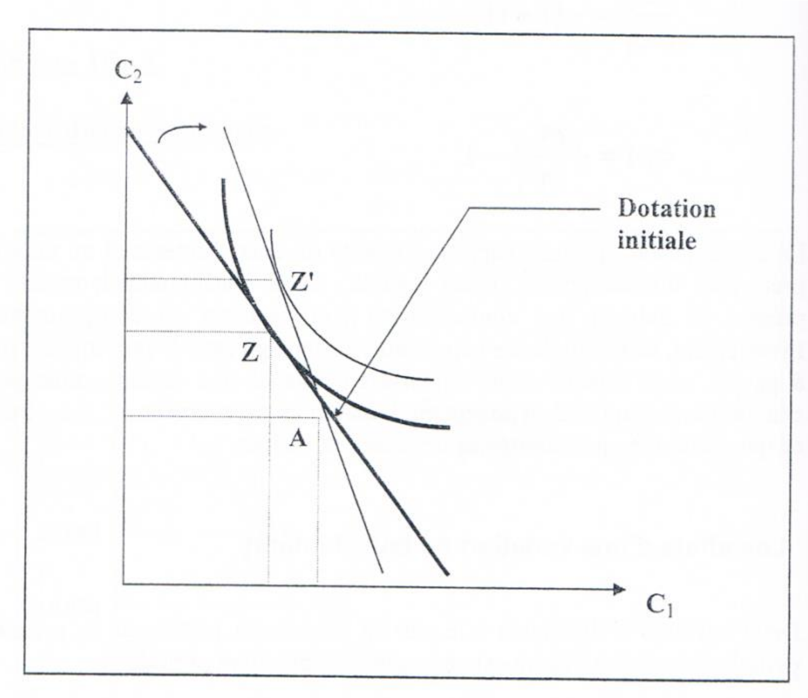
3) Les effets d’une variation du taux d’intérêt

a) L’agent est prêteur

Si le taux d’intérêt augmente, l’agent doit rester prêteur. Graphiquement le nouveau point optimal ne peut se situer qu’à gauche de la dotation.

Si le taux d’intérêt diminue, on a deux cas de figure :
- **L’agent reste préteur**. Dans ce cas, la satisfaction de l’agent diminue automatiquement.
- **L’agent devient emprunteur**. Dans ce cas, l’évolution de sa satisfaction est indéterminée : c’est au cas par cas.

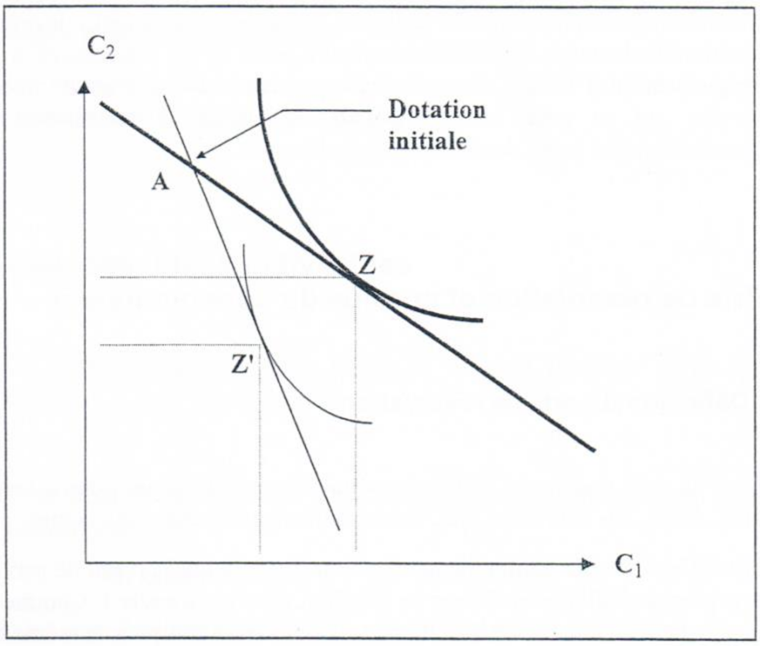
Variation du taux d’intérêt – situation du prêteur



b) L’agent est emprunteur

Si le taux d’intérêt diminue, un emprunteur devra rester emprunteur car les mensualités baissent et le consommateur est content.
Si le taux d’intérêt augmente, l’emprunteur aura deux chois soit il reste emprunteur et sa satisfaction va diminuer soit ça va le faire changer d’avis et le consommateur va vouloir devenir prêteur. Pour ce dernier cas, on ne peut pas trop parler de la satisfaction du consommateur. Les banques permettent, dans certains contrats, le remboursement partiel ou total du prêt.

Variation du taux d’intérêt – situation de l’emprunteur



SECTION II : L'ARBITRAGE TRAVAIL-LOISIRS

L'arbitrage est très étudier dans la micro-économie moderne, elle fait l'objet d'une réflexion politique.

I] Analyse en termes de préférence

1) Hypothèses

L'individu dispose d'un certain nombre d'heures par jour qu'il peut consacrer aux loisirs (L : temps au loisir) et au travail (T : temps au travail). On pose :

- $H = 12$ et $T + L = 12$
- s : taux de salaire horaire nominal avec s=240€
- Soit un bien F en quantités C
- Soit p le prix de F avec p=120€

2) Le choix de l'individu rationnel

Notre agent à une contrainte budgétaire : $s.T = p.C$ $\qquad$ $240.T = 120.C$

$$s.T = p.C \Leftrightarrow s.T + s.H = s.H + p.C$$
$$\Leftrightarrow s.H = s.H - s.T + p.C$$
$$\Leftrightarrow s.H = s.(H - T) + p.C$$
$$\Leftrightarrow s.H = s.L + p.C \qquad (5)$$

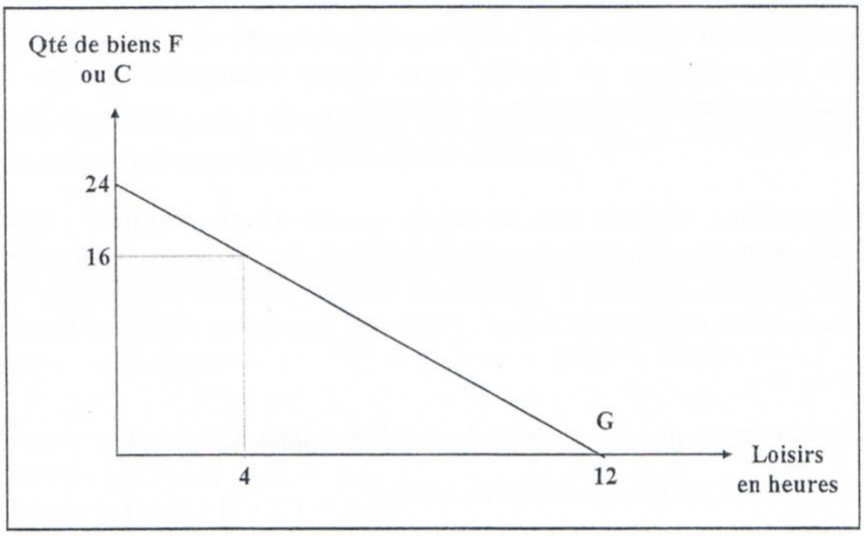
$$240 \times 12 = 240.L + 120.C$$
$$120.C = 2.880 - 240.L$$

$$\Leftrightarrow C = \frac{s.H}{p} - \frac{s}{p}.L$$

$$C = 24 - 2L$$

On considère donc que l'agent « achète » du loisir car chaque heures consacrées aux loisirs ne peut pas être consacrées au travail. Indirectement, chaque heure de loisirs coûtent 1h de travail.

Contrainte budgétaire



Le coefficient de la droite de budget est $-\frac{s}{p}$. Le taux de salaire réel mesure la quantité de bien qui peut être acquise avec le salaire nominal.

L'individu doit maintenant confronter ses préférences à sa contrainte budgétaire. On va considérer que les préférences de cet individu sont parfaitement rationnelles. C'est une fonction d'utilité.

Maximiser : $U = f(C, L) = C.L$
Sous la contrainte : $C + 2.L - 24 = 0$

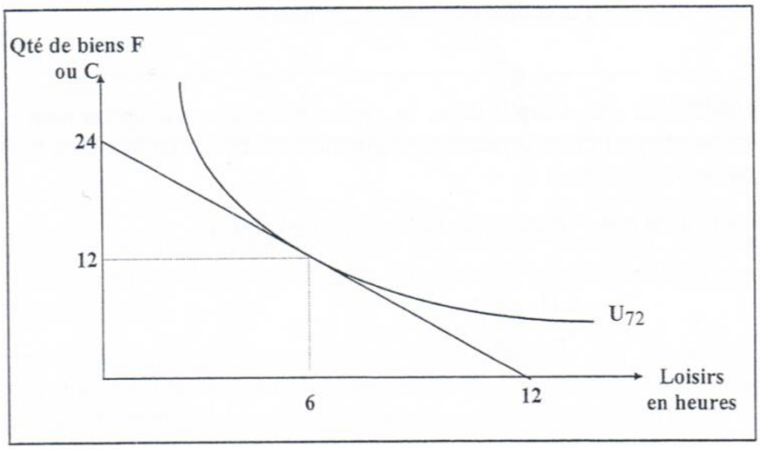
$$L(C, L, \lambda) = C..L + \lambda.[C + 2.L - 24] = 0$$

$$\begin{cases} L'_C (C, L, \lambda) = L + \lambda = 0 & (1) \\ L'_L (C, L, \lambda) = C + 2.\lambda = 0 & (2) \\ L'_\lambda (C, L, \lambda) = [C + 2.L - 24] = 0 & (3) \end{cases}$$

De (1), on tire que : $-\lambda = L$
De (2), on tire que : $-2\lambda = C$
Dans (3) : $\lambda = -6$

Donc C = 12 L = 6 T = 6

Equilibre travail-loisirs



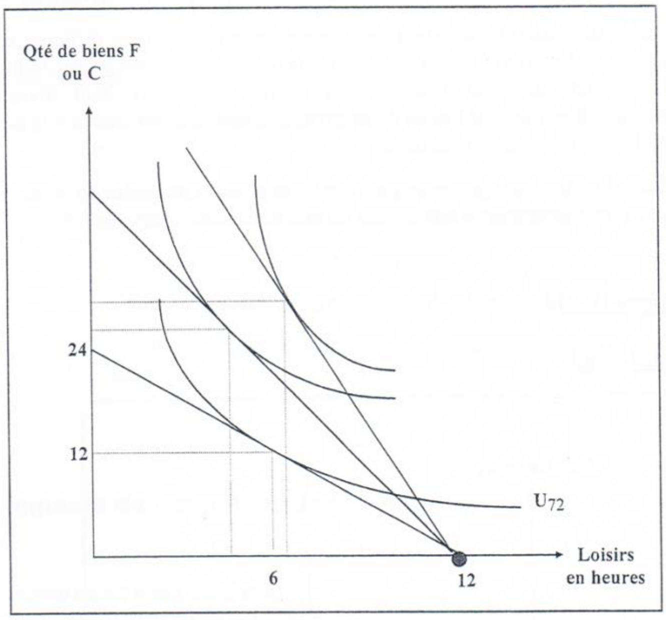
Il est possible de calculer un taux marginal de composition de la consommation finale au loisir. Il est égal à la quantité additionnelle de biens F que l'individu exige d'obtenir en compensation de la réduction d'une unité de loisir « toute chose égale par ailleurs ». On définit le TMS de la consommation aux loisirs par :

$$TMS = \frac{\frac{\partial U}{\partial L}}{\frac{\partial U}{\partial C}} = \frac{\partial C}{\partial L} = \frac{s}{p}$$

3) Effets d'une variation du salaire réel

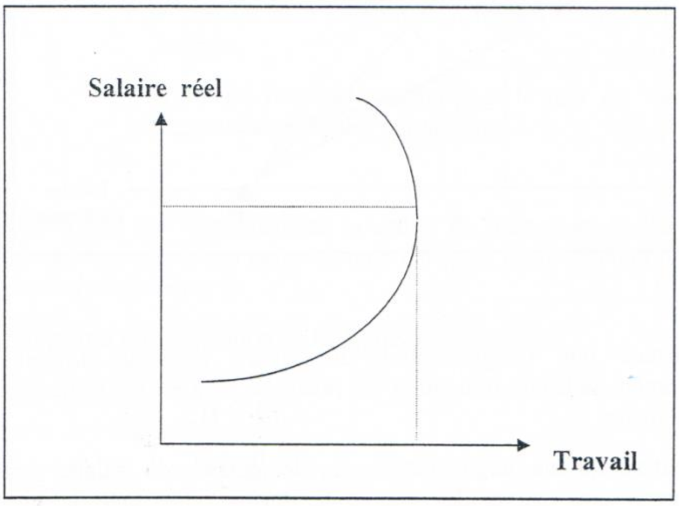
Supposons que le salaire réel augmente toutes choses égales par ailleurs. La droite de budget va avoir une pente plus raide tout en continuant de passer par le point G.

Equilibre travail-loisirs



Lorsque le salaire réel augmente, on prend moins de loisirs. A partir d'un certain niveau élevé de rémunération l'individu peut faire un choix inverse il y a un retour aux loisirs. Ces évolutions peuvent s'expliquer à l'aide de l'effet de substitution et de l'effet de revenu. Dans une première phase, lorsque le revenu augmente l'agent va substituer du travail aux loisirs. C'est l'effet de substitution qui l'emporte. Dans le même temps, il y a aussi un effet de revenu. L'individu est de plus en plus riche et peut acheter un peu plus des deux biens.

Offre de travail



A partir d'un certain niveau de salaire réel, l'offre de travail va diminuer, cela explique la forme anormale de la courbe d'offre. En temps normal, plus le travail augmente, plus le salaire réel augmente. Mais ici à partir d'un certain salaire réel, le travail va baisser car on peut se le permettre.

CHAPITRE V : LA FONCTION DE PRODUCTION

Le comportement du producteur est semblable à celui du consommateur. Le producteur a une fonction de production, il ne recherche pas toujours le profit maximum contrairement au consommateur qui recherche la satisfaction maximum.

SECTION I : TECHNIQUE DE PRODUCTION ET FONCTION DE PRODUCTION

I] Les caractéristiques des facteurs de production

1) La divisibilité

La divisibilité est la possibilité d'utiliser un facteur de production dans d'aussi petite quantité que l'on souhaite. Lorsque la divisibilité est infinie, on dit parfois « parfaite », alors la fonction de production pourra être continue. Il existe des facteurs de production qui ne sont pas divisible facilement, on dit que la divisibilité du facteur travail n'est pas finie, elle n'est pas « parfaite ».

2) L'adaptabilité

L'adaptabilité est la possibilité d'associer à une unité d'un facteur de production donné, un nombre variable d'unité d'un autre facteur. L'exemple classique d'un facteur adaptable est dans le domaine agricole comme la terre.

3) La substituabilité ou la complémentarité des facteurs

On dit que des **facteurs de production sont substituables** s'ils sont à la fois parfaitement divisibles et adaptables. Dans ce cas, le producteur peut remplacer une certaine quantité d'un facteur par une certaine quantité d'un autre facteur, à niveau de production égal. Dans le cas où une quantité donnée d'un facteur ne peut être associé qu'à une quantité déterminée d'un autre facteur, alors on dit que les facteurs sont complémentaires.

4) Variabilité ou fixité des facteurs

Ces caractéristiques ne peuvent se concevoir que dans un cadre temporel. Soit une période donnée de temps, pendant cette période on constate généralement que certains facteurs sont variables et d'autres sont fixes :

- Un facteur est fixe lorsque sa quantité ne peut pas être modifiée pendant la période de temps considéré
- Un facteur est variable lorsque sa quantité peut être modifiée pendant la période de temps considéré

Lorsqu'on allonge la durée de cette période, les facteurs fixes deviennent des facteurs variables. Finalement, la distinction entre fixe et variable, dépend de la durée de la période de temps considéré :

– La courte période se définie comme une période suffisamment brève pour que certains facteurs soient considérés comme fixes.

– La longue période se définie comme une période où les facteurs fixes deviennent variables. Cette distinction est très importante.

II] La fonction de production en courte période

1) Les différentes productivités

Dans une production agricole, on considère qu'elle est fonction de deux facteurs principaux : le travail (L) et la terre disponible (T). La terre à court terme est fixe, et le travail est variable. On a la fonction de production suivante :

$$Q = f(T, L)$$

Comme nous sommes en courte période, on considère que la surface de terres cultivées est fixe, elle ne peut pas varier à court terme. Seul le nombre d'ouvriers embauchés ou le nombre d'heures totales de travail peut varier. La fonction de production à court terme s'écrit alors :

$$Q = f(T_0, L)$$

Il y a différentes productivités :

- **La productivité physique totale** du facteur travail est égale à Q (où Q est la production)
- **La productivité physique moyenne** du facteur travail s'écrit :

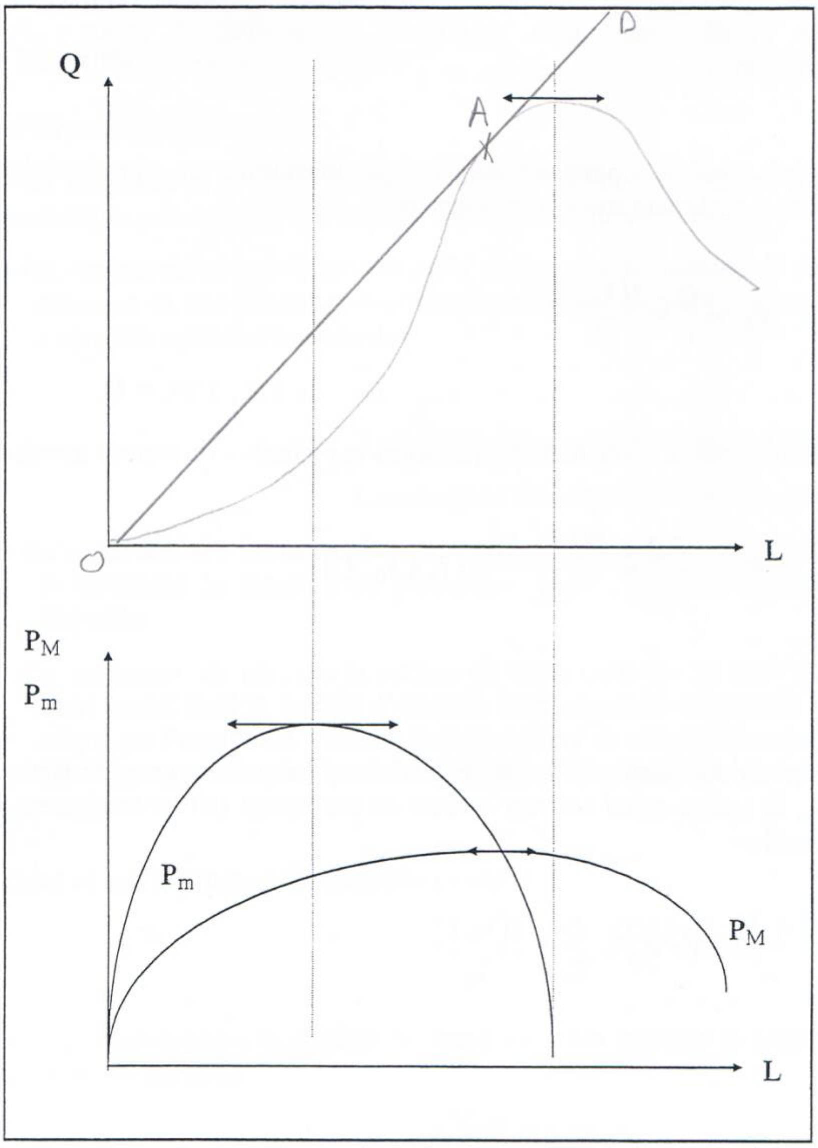
$$\boxed{P_M = \frac{Q}{M} = \frac{f(T_0, L)}{L}}$$

- **La productivité physique marginale** du facteur travail s'écrit :

$$\boxed{P_m = \frac{\partial Q}{\partial L} = \frac{\partial f(T_0, L)}{\partial L} = f'_L(T_0, L)}$$

La représentation graphique généralement a la forme d'une fonction dite en S avec sur le graphique supérieur la production et sur le graphique inférieur la productivité moyenne et marginale.

Les productivités



2) La loi de la productivité marginale décroissante

Les économistes se sont très vite intéressés à une question : comment évolue la production Q lorsqu'on associe de plus en plus de facteur variable à une quantité donné de facteur fixe ? Les économistes retiennent comme principe général de fonctionnement que l'accroissement de la production sera tôt au tard plus faible que l'accroissement du facteur variable : c'est ce que l'on appelle la loi de la productivité marginale décroissante ou la loi des rendements décroissantes ou encore l'hypothèse des rendements factoriels décroissants.

Mathématiquement la loi de la productivité marginale décroissante suppose que :

$$[P_m]' = \left[\frac{\partial f}{\partial L}\right]' = \frac{\partial^2 f}{\partial L^2} < 0$$

3) Les points caractéristiques

a) La productivité marginale atteint son maximum lorsque la production atteint son point d'inflexion

Dans le schéma 1, la pente de la tangente augmente jusqu'à arriver au point d'inflexion où elle sera verticale : la productivité marginale augmente à gauche du point d'inflexion. Il en est de même dans l'autre sens, la pente de la tangente diminue jusqu'à arriver au point d'inflexion où elle sera horizontale : la productivité marginale diminue à droite du point d'inflexion.

b) La production atteint son maximum lorsque la productivité marginale est nulle

La tangente à la courbe est horizontale, le coefficient directeur est nulle, la dérivée et la productivité marginale sont donc nulles.

c) La courbe de la productivité marginale coupe celle de la productivité moyenne en son maximum

$$P_M = \frac{f(T_0, L)}{L}$$

La courbe P_m coupe la courbe P_M en son maximum :

$$P'_M = 0 \Leftrightarrow \frac{L.f'_L(T_0, L) - f(T_0, L)}{L^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{L.f'_L(T_0, L)}{L^2} = \frac{f(T_0, L)}{L^2}$$

$$\Leftrightarrow f'_L(T_0, L) = \frac{f(T_0, L)}{L}$$

$$\Leftrightarrow P_m = P_M$$

d) La productivité moyenne est croissante lorsque la productivité marginale lui est supérieure, la productivité moyenne est décroissante lorsque la productivité marginale lui est inférieure

Tant que l'usage d'une unité supplémentaire apporte plus que la moyenne des unités déjà employées cela a pour conséquence d'accroître la moyenne. Lorsque l'unité supplémentaire provoque un accroissement de la production inférieur à ce que procurent en moyenne les unités précédentes, alors la productivité moyenne baissera.

Remarque : il existe d'autre représentation possible de la fonction de production et notamment la fonction dite de Cobb-Douglas qui correspond à une fonction de production où la loi de la décroissance marginale est immédiatement vérifiée.

III]La fonction de production en longue période

La caractéristique de la longue période est que tous les facteurs sont variables. Nous allons nous poser la question ce qui va se passer lorsqu'on fait varier tous les facteurs. On peut difficilement répondre à cette question de manière théorique. En revanche, on peut théoriser lorsqu'on fait varier tous les facteurs en même temps, dans le même sens et dans les mêmes proportions. Cette situation fait référence à ce que l'on appelle en économie **les rendements d'échelle.**

Remarque : dans la réalité, tous les facteurs ne varient pas forcément dans les mêmes proportions (et dans le même sens).

1) La nature des rendements d'échelle

Ne pas confondre le concept de rendement d'échelle avec la loi des rendements décroissants (voir II-2).

Lorsque l'accroissement de la production est exactement proportionnel à l'accroissement des facteurs, on dit qu'il y a rendement d'échelle constant.
Lorsque l'accroissement de la production est plus que proportionnel à l'accroissement des facteurs (respectivement moins), on dit que les rendements d'échelle sont croissants (respectivement décroissants).

Rendements d'échelle : $f(K,L)$

Soit : $\lambda > 1$

- Si : $f(\lambda.K,\lambda.L) = \lambda.f(K,L) \rightarrow$ les rendements sont constants
- Si : $f(\lambda.K,\lambda.L) > \lambda.f(K,L) \rightarrow$ les rendements sont croissants
- Si : $f(\lambda.K,\lambda.L) < \lambda.f(K,L) \rightarrow$ les rendements sont décroissants

2) Les fonctions de production homogènes

Soit une fonction de production $f(K,L)$, on dira que cette fonction est homogène de degré m si pour tout $\lambda > 0$ on a :

$$\boxed{f(\lambda.K,\lambda.L) = [\lambda^m].f(K,L)}$$

Soit : $\lambda > 1$

- Si $m < 1 \rightarrow$ les rendements sont décroissants
- Si $m = 1 \rightarrow$ les rendements sont constants
- Si $m > 1 \rightarrow$ les rendements sont croissants

Les fonctions homogènes ont deux propriétés :

1. Les dérivées premières d'une fonction homogène de degré m sont des fonctions homogènes de degré m-1
2. Les fonctions homogènes satisfont à l'identité d'Euler :

$$\boxed{K.f_K'(K,L) + L.f_L'(K,L) = m.f(K,L)}$$

Si $m = 1$ alors on a : $K.f_K'(K,L) + L.f_L'(K,L) = f(K,L)$, c'est la « règle de l'épuisement du produit ».

SECTION II : FONCTION DE PRODUCTION ET COMPORTEMENT DU PRODUCTEUR

I] Les grandes fonctions de production

1) La fonction de Cobb-Douglas

Cette fonction de production a été trouvée par deux statisticiens par Cobb et Douglas dans les années 1920, ils ont trouvé que bien souvent on pouvait approcher la production d'une entreprise en écrivant la fonction de production de la manière suivante :

$$Q = A.K^{\alpha}.L^{\beta} \text{ avec } A > 0, \alpha > 0, \beta > 0$$

Quelles sont les conditions pour que cette fonction de Cobb-Douglas respecte la loi de décroissance des productivités marginales ?

$$\frac{\partial^2 f}{\partial K^2} = \alpha.(\alpha - 1).A.K^{\alpha-2}.L^{\beta} < 0 \rightarrow \alpha < 1$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial K^2} = \beta.(\beta - 1).A.K^{\beta-2}.L^{\beta} < 0 \rightarrow \beta < 1$$

Avec cette fonction à long terme, on peut aussi étudier les rendements d'échelle.

$$\begin{aligned} f(\lambda.K, \lambda.L) &= A(\lambda.K)^{\alpha}.(\lambda.L)^{\beta} \\ &= \lambda^{\alpha}.\lambda^{\beta}.A.K^{\alpha}.L^{\beta} \\ &= \lambda^{\alpha+\beta}.A.K^{\alpha}.L^{\beta} \\ &= \lambda^{\alpha+\beta}.f(K,L) \end{aligned}$$

Si $\alpha + \beta = 1 \longrightarrow$ les rendements d'échelle sont constants

Si $\alpha + \beta > 1 \longrightarrow$ les rendements d'échelle sont croissants

Si $\alpha + \beta < 1 \longrightarrow$ les rendements d'échelle sont décroissants

2) Les fonctions de production à facteurs complémentaires

Imaginons que les facteurs K et L sont complémentaires cela signifie que la production de 1 unité nécessite x unités de K et y unités de L avec un lien fixe entre x et y.

Supposons que l'entreprise dispose de K* unité de capital et de L* unité de travail.
Quelle est la production maximale possible de cette entreprise ?

Si elle dispose de K* unité de capital, elle produira au maximum : $\frac{K^*}{x}$ unités d'output (produits finis)

Si elle dispose de L* unité de travail, elle produira au maximum : $\frac{L^*}{y}$

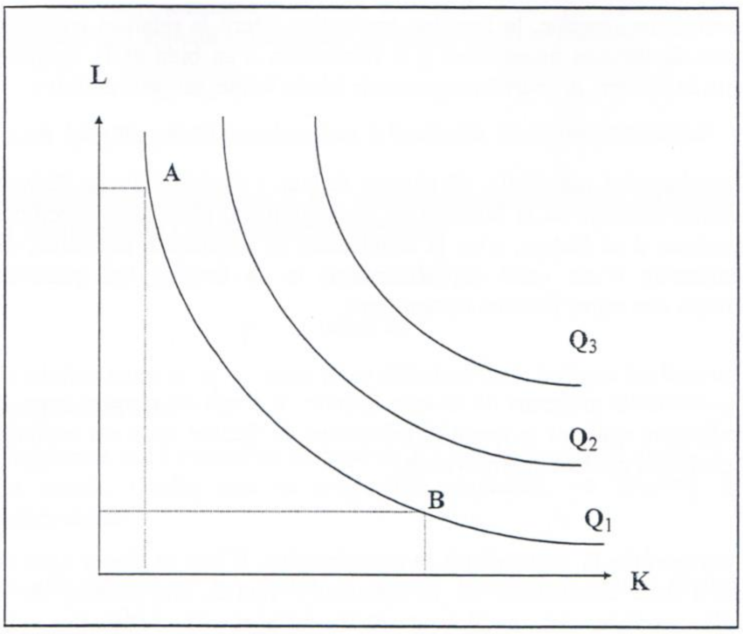
Dans la mesure où l'output nécessite à la fois et dans des proportions strictes l'usage des facteurs K et L, la production maximale ne peut correspondre qu'au minimum des deux valeurs précédentes :

$$\boxed{f(K,L) = \text{Min}\left\{\frac{K^*}{x}, \frac{L^*}{y}\right\}}$$

II] Fonctions de production et isoquants

On appelle isoquant **l'ensemble des combinaisons des facteurs de production permettant d'obtenir le même niveau de production**. Les isoquants ont les mêmes propriétés que les courbes d'indifférences du consommateur (revoir ces propriétés).

Les isoquants : cas où la substitution est imparfaite



III] Le Taux Marginal de Substitution Technique (TMST)

Le TMST du facteur K au facteur L est égal à la quantité additionnelle de facteur K qui est nécessaire pour compenser la perte d'une unité du facteur L afin de maintenir le niveau de production constant.

$$dQ = \frac{\partial f}{\partial K} dK + \frac{\partial f}{\partial L} dL = P_m^K . dK + P_m^L . dL$$

Posons : $dQ = 0$

$$P_m^K . dK + P_m^L . dL = 0 \Leftrightarrow -\frac{dK}{dL} = \frac{P_m^L}{P_m^K}$$

On constate que le TMST est égal au rapport des productivités marginales des facteurs.

<u>Application au calcul du TMST à la fonction de Cobb-Douglas</u>

Les deux méthodes de calcul du TMST peuvent être appliquées :

- *1ère méthode* :

$$Q = A.K^{\alpha}.L^{\beta}$$

$$K^{\alpha} = \frac{Q_0}{A.L^{\beta}} \rightarrow K = \left(\frac{Q_0}{A.L^{\beta}}\right)^{\frac{1}{\alpha}}$$

$$\frac{dK}{dL} = g'(L) = \left[L^{-\frac{\beta}{\alpha}} . \left(\frac{Q_0}{A}\right)^{\frac{1}{\alpha}}\right]$$

$$= \left(-\frac{\beta}{\alpha}\right) . \left[L^{-\frac{\beta}{\alpha}-1} . \left(\frac{Q_0}{A}\right)^{\frac{1}{\alpha}}\right]$$

$$= \left(-\frac{\beta}{\alpha}\right) . \left[\frac{L^{-\frac{\beta}{\alpha}} . \left(\frac{Q_0}{A}\right)^{\frac{1}{\alpha}}}{L}\right]$$

$$= \left(-\frac{\beta}{\alpha}\right) . \left(\frac{K}{L}\right)$$

$$TMST = \left(-\frac{\beta}{\alpha}\right) . \left(\frac{K}{L}\right)$$

– *2ème méthode* (à privilégier) :

$$P_m^K = \frac{\partial Q}{\partial K} = A.\alpha.K^{\alpha-1}.L^{\beta}$$

$$P_m^L = \frac{\partial Q}{\partial L} = A.\beta.K^{\alpha}.L^{\beta-1}$$

$$TMST = \frac{P_m^L}{P_m^K} = \frac{A.\beta.K^{\alpha}.L^{\beta-1}}{A.\alpha.K^{\alpha-1}.L^{\beta}} = \frac{\beta}{\alpha}.\frac{K}{L}$$

$$\boxed{TMST = \frac{\beta}{\alpha}.\frac{K}{L}}$$

Remarque : quel est l'influence d'un changement d'échelle (variation de tous les facteurs dans le même sens, dans la même proportion) sur le TMST ? Quand on a un changement d'échelle d'une entreprise, cela ne remet pas en cause la structure d'échange des facteurs entre eux. Le TMST d'une fonction de Cobb Douglas ne varie pas lorsque l'échelle de production change.

On peut généraliser cette remarque dans le cas des fonctions homogènes. Une fonction homogène est une fonction qui vérifie une propriété spécifique.

IV] Le comportement optimisateur du producteur

Le producteur a deux stratégies possibles :

– Maximisation de la production pour un coût de production donnée
– Minimisation du coût de production pour une quantité donnée

1) Maximisation de la quantité produite pour un coût de production donnée

Le producteur dispose d'un budget B_0. Le problème peut être alors :

Optimisation :

$$\begin{array}{ll} \text{Maximiser} & Q = f(K, L) \\ \text{SC} & B_0 = L.p + K.q \end{array}$$

Remarque : On considère ici que les prix sont des données exogènes, nous étudierons dans le chapitre VII le processus qui permet de fixer les prix.

$$L(L,K,\lambda) = Q + \lambda.\left[B_0 - L.p - K.q\right]$$

$$\begin{cases} L'_L\,(K,L,\lambda) = 0 \\ L'_K\,(K,L,\lambda) = 0 \\ L'_\lambda\,(K,L,\lambda) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{\partial f}{\partial L} - \lambda.p = 0 \\ \dfrac{\partial f}{\partial K} - \lambda.q = 0 \\ B_0 - L.p - K.q = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = \dfrac{1}{p}.\dfrac{\partial f}{\partial L} \\ \lambda = \dfrac{1}{q}.\dfrac{\partial f}{\partial K} \\ B_0 - L.p - K.q = 0 \end{cases}$$

$$\frac{1}{p}.\frac{\partial f}{\partial L} = \frac{1}{q}.\frac{\partial f}{\partial K} \Leftrightarrow \frac{P_m^L}{p} = \frac{P_m^K}{q}$$

$$\Leftrightarrow \frac{P_m^L}{P_m^K} = \frac{p}{q}$$

On constate que le multiplicateur de Lagrange, à l'optimum, est égal aux productivités marginales pondérées par le prix des deux facteurs.

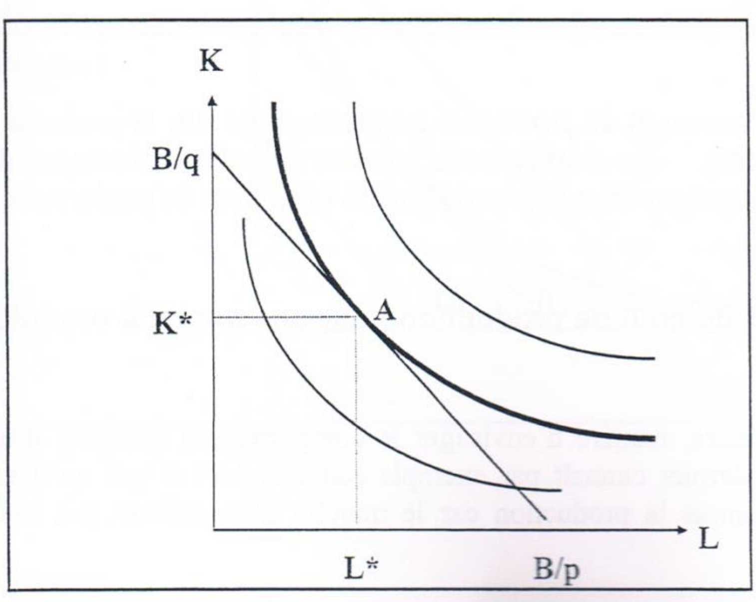
Equation de la droite d'iso-coût :

$$L.p - K.q = B_0$$

$$K = \frac{B_0}{q} - \left(\frac{p}{q}\right).L$$

$$-\frac{dK}{dL} = \frac{\dfrac{\partial f}{\partial L}}{\dfrac{\partial f}{\partial K}} = \frac{P_m^L}{P_m^K} = \frac{p}{q}$$

L'équilibre du producteur



2) Interprétation du multiplicateur de Lagrange

A partir du système des conditions du 1er ordre, on peut interpréter la différentielle totale du budget de la façon suivante :

$$dB = p.dL + q.dK$$

$$dB = \frac{P_m^L}{\lambda}.dL + \frac{P_m^K}{\lambda}.dK = \frac{1}{\lambda}.\left[P_m^L.dL + P_m^K.dK\right] = \frac{1}{\lambda}.d(Q)$$
$$\rightarrow dQ = \lambda.dB$$

Ainsi, si les ressources B du producteur augmente de dB, alors la production augmentera de $\lambda.dB$.

3) Minimisation du coût de production pour une quantité produite donnée

$$\begin{array}{ll} \text{Minimiser} & B = p.L + q.K \\ \text{SC} & Q = Q_0 \end{array}$$

$$L(L, K, \lambda) = p.L + q.K + \lambda(Q - Q_0)$$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial f}{\partial L} = 0 \\ \dfrac{\partial f}{\partial K} = 0 \\ \dfrac{\partial f}{\partial \lambda} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p + \lambda.f'_L = 0 \\ q + \lambda.f'_K = 0 \\ Q - Q_0 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = -\dfrac{p}{f'_L} & (1) \\ \lambda = -\dfrac{q}{f'_K} & (2) \\ Q - Q_0 = 0 & (3) \end{cases}$$

Même si le producteur part d'une stratégie différente, il arrive à un résultat identique à celui trouvé dans le 1), c'est-à-dire qu'il atteint l'optimum lorsque le rapport des productivités marginales est égal au rapport des prix. Le producteur n'a pas comme unique objectif de maximiser sa production mais aussi de minimiser ses coûts.

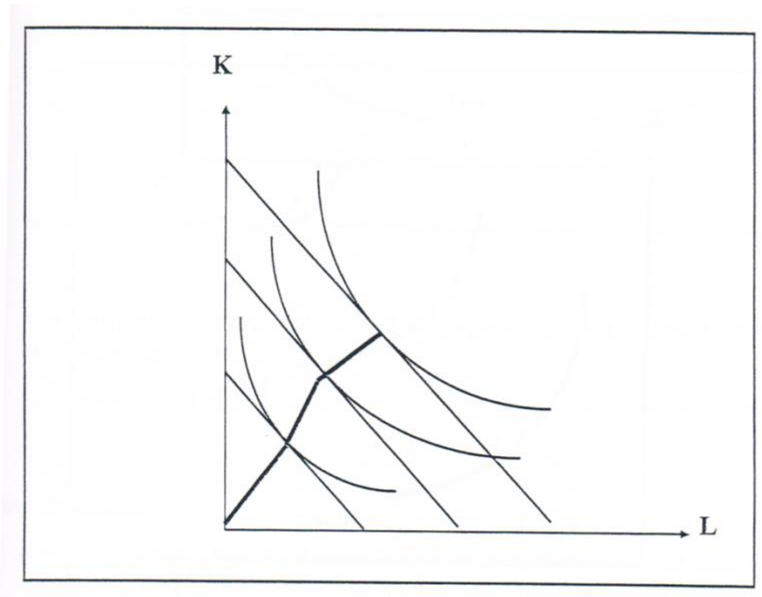
V] L'impact de la variabilité des ressources et des prix

1) Variation du budget du producteur

a) Définition du sentier d'expansion

Lorsque le budget varie, l'équilibre du producteur change. La courbe qui relie tous les points d'équilibre est appelée sentier d'expansion de la firme ou encore ligne d'échelle. Il existe plusieurs cas de figures lorsque l'on souhaite relier la variation du budget à la notion de rendement d'échelle.

Sentier d'expansion

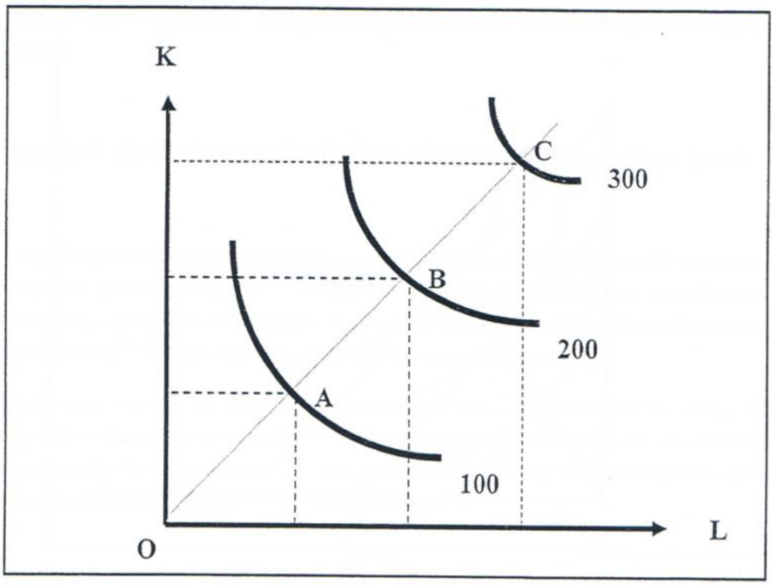


b) Sentier d'expansion et rendements d'échelle

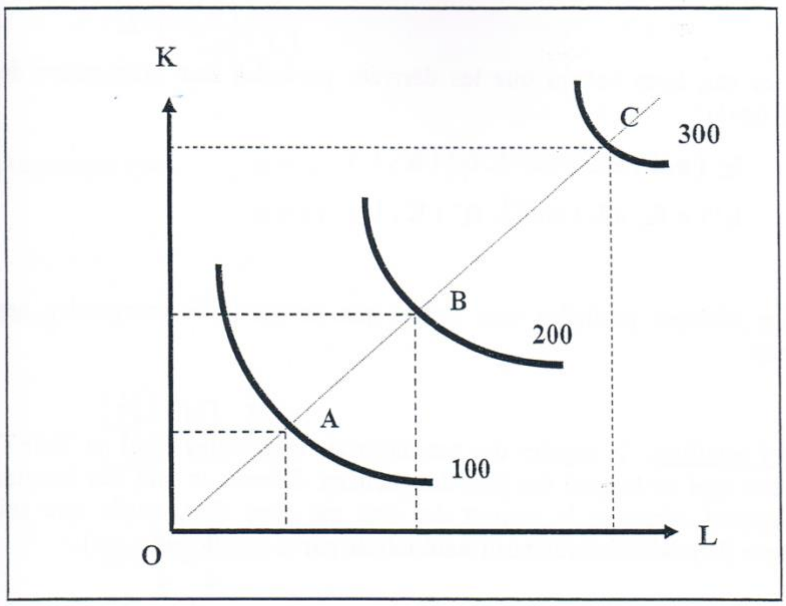
Il est possible de matérialiser la nature des rendements d'échelle sur la carte des iso-coûts. Les rendements d'échelle sont de trois types : croissant, constant et décroissant. A chaque rendement d'échelle, on a :

- Rendements d'échelle constants → ici [OA] = [AB] = [BC]
- Rendements d'échelle décroissants → la quantité produite augmente moins vite proportionnellement que la quantité de facteur.
- Rendements d'échelle croissants → la production double alors que les facteurs font moins que doubler.

Sentier d'expansion : cas des rendements constants



Sentier d'expansion : cas des rendements décroissants



Remarque : L'usage de la notion de sentier d'expansion prend tout son sens sur la longue période. Le sentier d'expansion est une droite lorsque la fonction de production est homogène.

Fonction Cobb Douglas :

$$TMST = \left(\frac{\beta}{\alpha}\right) \cdot \left[\frac{K}{L}\right]$$

Admettons que : $\alpha = \frac{1}{4} \qquad \beta = \frac{3}{4}$

$p = 15 \qquad q = 30$

$$\left(\frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{4}}\right) . \left[\frac{K}{L}\right] = \frac{15}{30} \Leftrightarrow 3.\frac{K}{L} = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow K = \frac{1}{6}.L$$

Remarque : Lorsque les facteurs de production sont complémentaires, le sentier d'expansion est toujours une droite.

2) Variation du prix des facteurs

Dans ce paragraphe, on s'intéresse uniquement à la l'influence d'un changement de prix des facteurs à budget constant. On étudie cette situation à l'aide des effets de revenu et de substitution, exactement comme pour le consommateur.

3) Elasticité de substitution

Est-il possible de mesurer l'impact sur la combinaison productive d'une modification du prix relatif des facteurs ?

Le TMST en A n'est pas égal au TMST en B.

Nous avons besoin de deux éléments : l'appréciation de la combinaison productive grâce à un ratio $\frac{K}{L}$, et l'appréciation de prix relatifs grâce à un ratio $\frac{p}{q}$.

Une élasticité est un chiffre qui donne une bonne idée de l'influence d'une variation sur une autre. Si $\frac{p}{q}$ varie, comment varie $\frac{K}{L}$?

A partir de ces deux éléments, nous allons définir une nouvelle élasticité qui s'appelle l'élasticité de production :

$$e_s = \frac{\frac{d\left(\frac{K}{L}\right)}{\frac{K}{L}}}{\frac{d\left(\frac{p}{q}\right)}{\frac{p}{q}}} = \frac{\frac{d\left(\frac{K}{L}\right)}{\frac{K}{L}}}{\frac{d(TMS)}{TMS}} = \frac{d\left(\frac{K}{L}\right)}{d(TMS)} \times \frac{TMS}{\frac{K}{L}}$$

Cette élasticité mesure la sensibilité de la structure technique à toute modification dans la structure des coûts relatifs. Elle traduit la possibilité laissée au producteur de modifier sa combinaison productive lorsque le prix des facteurs varie. A titre d'application, calculons cette élasticité à la fonction de Cobb-Douglas.

$$Q = A.K^{\alpha}.L^{\beta}$$

$$TMS = \frac{\beta}{\alpha}.\frac{K}{L}$$

$$\frac{d(TMS)}{d\left(\frac{K}{L}\right)} = \frac{\beta}{\alpha} \rightarrow \frac{d\left(\frac{K}{L}\right)}{d(TMS)} = \frac{\beta}{\alpha}$$

$$\frac{TMS}{\frac{K}{L}} = \frac{\frac{\beta}{\alpha}.\frac{K}{L}}{\frac{K}{L}} = \frac{\beta}{\alpha}$$

Donc $e_s = 1$

CHAPITRE VI : LE COMPORTEMENT DU PRODUCTEUR

Jusqu'à présent, nous avons considéré que ce qui intéressait le producteur, c'était de connaitre la combinaison productive optimale, c'est-à-dire, celle qui maximise la quantité produite (le budget et les prix des facteurs étant donnés). Nous ne nous sommes préoccupés que de la maximisation de la fonction de production, à coûts de production donnés.

En effet, le producteur cherche à maximiser son profit, ce qui, généralement, n'est pas du tout équivalent à la maximisation de la quantité produite. **Le profit** est la différence entre les recettes totales et les charges totales. La prise en compte de ces deux éléments suppose qu'ils ne soient plus considérés comme des contraintes, mais qu'ils soient intégrés directement dans le raisonnement initial. Le nouveau problème correspond donc à maximiser la fonction de profit en considérant que le producteur a préalablement choisi une combinaison productive optimale. Le producteur doit donc choisir le niveau de production lui offrant le profit le plus fort. Le niveau de production retenu ce situera forcément sur le sentier d'expansion de la firme (tous les points où il y a optimum). Ainsi pour chaque point du sentier d'expansion, le producteur peut calculer le coût de production associé. Le producteur peut relier la quantité produite et le coût de fabrication de cette quantité, il définit ainsi la fonction de coût total. Dès qu'on a le coût total, on en déduit le profit et la quantité optimale, maximisant le profit.

SECTION I : LES COUTS DE PRODUCTION EN COURTE PERIODE

I] Hypothèses préalable

L'hypothèse est qu'on peut toujours déterminer le coût d'une production donnée.

II] Les coûts variables

Certains coûts de production sont proportionnels aux quantités produites : on les appelle coûts variables. Il y a deux possibilités :

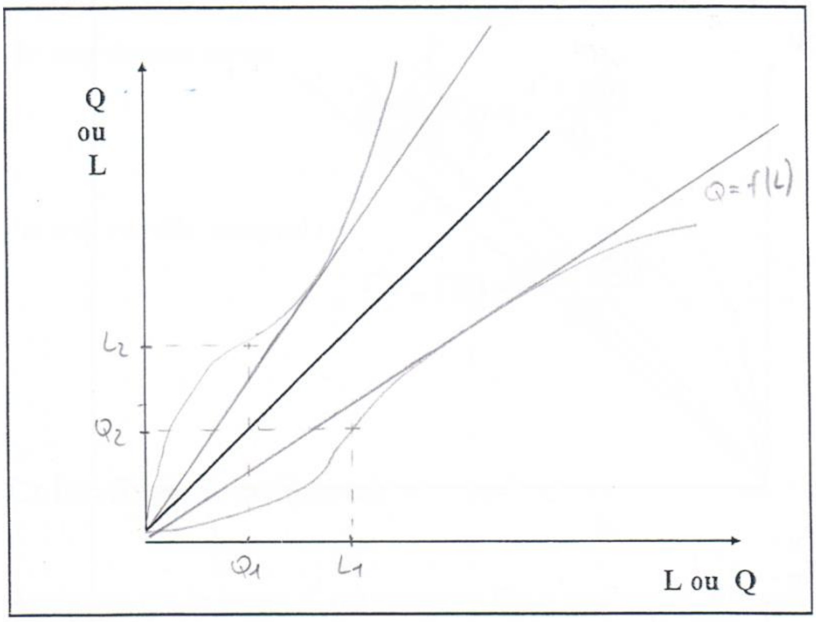
- Soit la proportion est stricte
- Soit la proportion est imparfaite

Dans la majorité des cas, les coûts variables qu'ils soient parfaitement ou imparfaitement portionnés, sont fonction croissante des quantités produites :

Notons $CV(q)$ la fonction de coût variable

Alors $CV'(q)$ pour indiquer qu'elle est croissante

Fonction de production et coût variable en nature



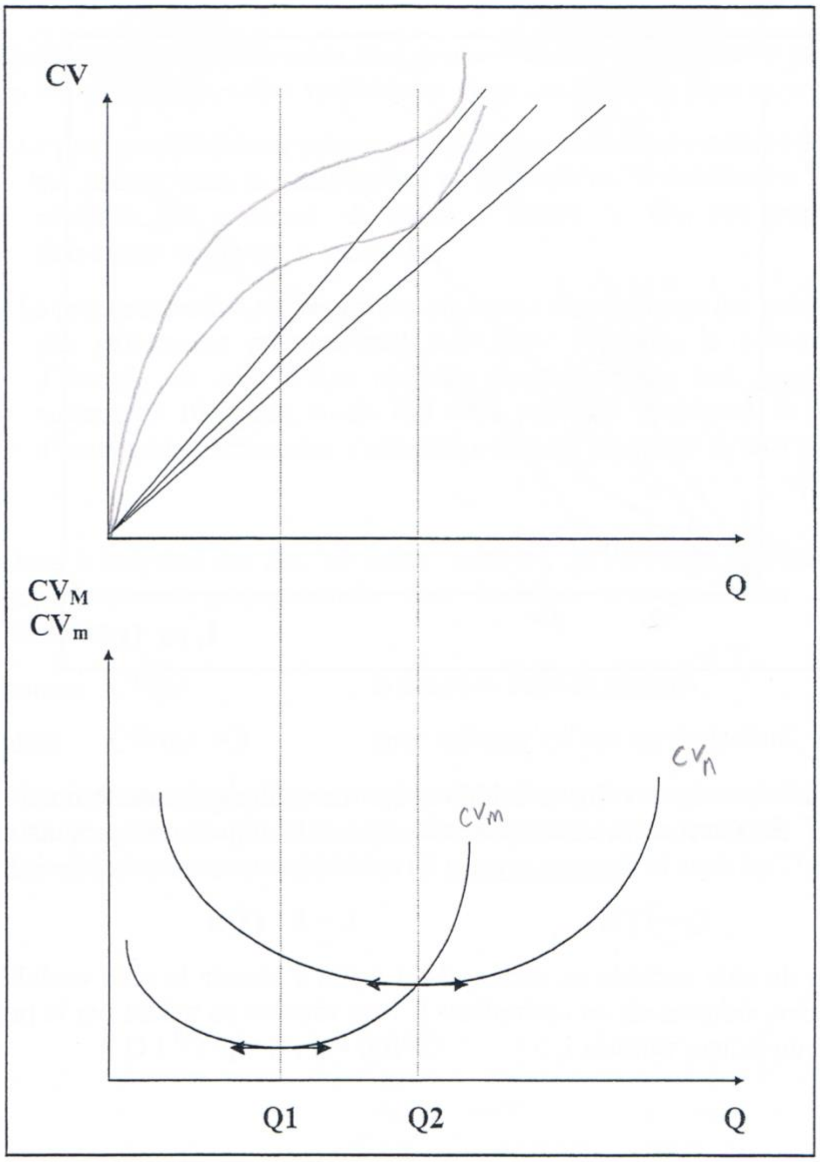
A partir de la fonction de production, pour une quantité donnée de facteur, nous allons en déduire le nombre d'unité de facteurs nécessaire pour fabriquer une quantité produite donnée. Cette fonction s'appelle **coût variable en nature** : il représente le nombre d'unités du facteur variable nécessaires pour fabriquer une production donnée. C'est donc la fonction inverse du coût de production :

$Q = f(L) \qquad L = f^{-1}(Q)$

A partir du coût variable en nature, il est facile d'obtenir le **coût variable monétaire**, simplement en multipliant le coût variable en nature par le prix unitaire du facteur variable L :

$CV(Q) = p.L = p.f^{-1}(Q)$

Coût variable monétaire



Désormais lorsqu'on parlera d'un coût il s'agira d'un coût monétaire sauf si on le précise. On définit à partir de ce coût variable, le coût variable moyen :

$$CV_M(Q) = \frac{CV(Q)}{Q}$$

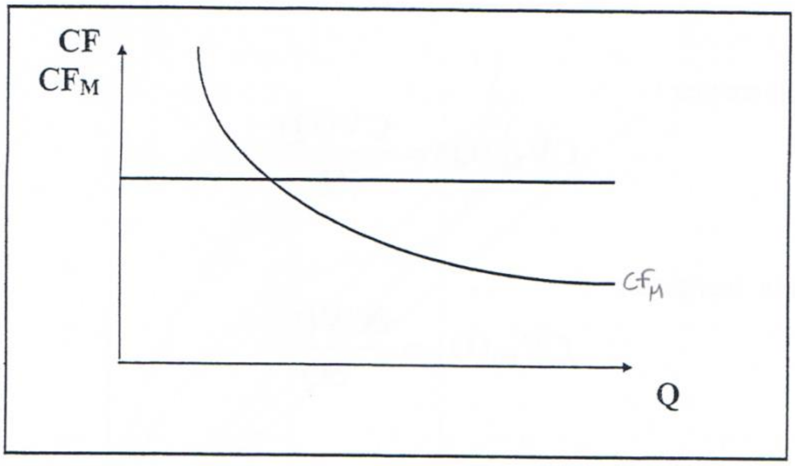
Et on définit le coût variable marginal, comme la dérivée de CV par rapport à Q :

$$CV_m(Q) = \frac{\partial CV(Q)}{\partial Q}$$

III] Coûts fixes et coût total

Admettons que le facteur K soit le facteur fixe à court terme, notons par convention CF le coût de ce facteur qui par définition ne varie pas en fonction du niveau de production.

Coût fixes (total et unitaire)



A partir de ces éléments on peut définir le coût total : c'est la somme du coût variable et des charges fixes :

$$CT(Q) = CV(Q) + CF$$

Coût total

On définit aussi le coût total moyen : c'est la somme du coût variable moyen et du coût fixe moyen :

$$CT_M(Q) = \frac{CV(Q)}{Q} + \frac{CF}{Q} = \frac{CT(Q)}{Q}$$

On a enfin, le coût total marginal : c'est l'accroissement du coût total engendré par la production d'une unité supplémentaire :

$$CT_m(Q) = \frac{\partial CT(Q)}{\partial Q} = \frac{\partial (CV(Q) + CF)}{\partial Q} = \frac{\partial CV(Q)}{\partial Q} = CV'(Q)$$

Remarque : la courbe de coût marginal coupe la courbe de coût moyen en son minimum. Lorsque le coût marginal est inférieur au coût moyen, ce dernier est décroissant. Lorsque le coût marginal est supérieur au coût moyen, ce dernier est croissant. On peut dire la même chose en remplaçant coût moyen par coût variable moyen.

Démonstration

$$CV_M(Q) = \frac{CV(Q)}{Q}$$

$$\begin{aligned} CV'_M = 0 &\Leftrightarrow \frac{Q.CV'(Q) - CV(Q)}{Q^2} = 0 \\ &\Leftrightarrow Q.CV'(Q) - CV(Q) = 0 \\ &\Leftrightarrow CV'(Q) = \frac{CV(Q)}{Q} \\ &\Leftrightarrow C_m(Q) = CV_M(Q) \end{aligned}$$

SECTION II : MAXIMISATION DU PROFIT ET FONCTION D'OFFRE

Nous admettons encore pour un chapitre que le prix de vente d'un produit est une donnée exogène qui s'impose à l'entreprise. En se plaçant dans un marché concurrentiel, nous ferons l'hypothèse que le prix de vente du produit fabriqué est défini par le marché, donc sans subir l'influence de l'entreprise.

I] La maximisation du profit

Soit le profit de l'entreprise, noté π, fonction de la quantité produite :

$$\boxed{\pi(Q) = P.Q - CT(Q)}$$

Où P est le prix de vente du produit fabriqué par l'entreprise.

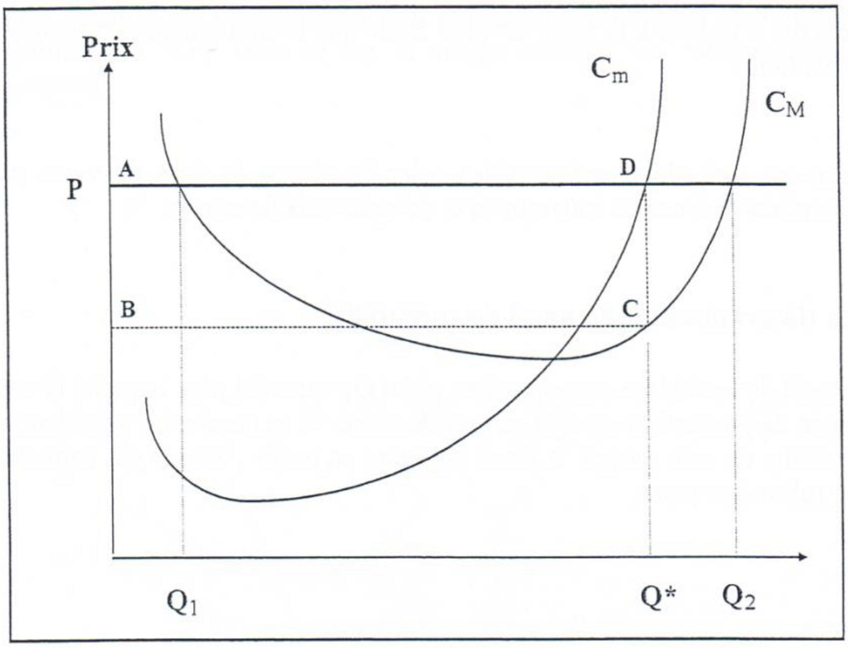
Pour que le profit admette un extremum, il faut que la condition nécessaire du 1er ordre soit respectée :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi(Q)}{\partial Q} = 0 &\Leftrightarrow P - \frac{\partial CT(Q)}{\partial Q} = 0 \\ &\Leftrightarrow P = C_m \end{aligned}$$

Pour que cet extremum soit un maximum, il suffit que la dérivée seconde de la fonction de profit soir strictement inférieure à 0, c'est la condition suffisante du 2nd ordre :

$$\frac{\partial^2 \pi(Q)}{\partial Q^2} < 0 \Leftrightarrow -\frac{\partial^2 CT(Q)}{\partial Q^2} = 0$$
$$\Leftrightarrow -CT''(Q) < 0$$
$$\Leftrightarrow CT''(Q) > 0$$
$$\Leftrightarrow C'_m(Q) > 0$$

La maximisation du profit



Le prix étant exogène et indépendant du niveau de production, il est représenté par une droite horizontale. Le profit est positif pour toute production comprise entre Q_1 et Q_2. Cependant à l'extérieur de $[Q_1 ; Q_2]$ le profit est strictement négatif. Le niveau de production qui maximise le profit est Q^*.

Le prix de vente ne dépend pas des quantités, il est toujours le même quel que soit les quantités. On compare la recette marginale avec le coût marginal.

II] Seuil de fermeture et seuil de rentabilité

1) La détermination du seuil de rentabilité

Le seuil de rentabilité correspond au point Q_1 quantité pour laquelle le coût moyen de production est égal au prix de vente. Si ce dernier est supérieur au coût moyen l'entreprise dégage un profit, dans le cas contraire elle subit des pertes.

Le seuil de rentabilité

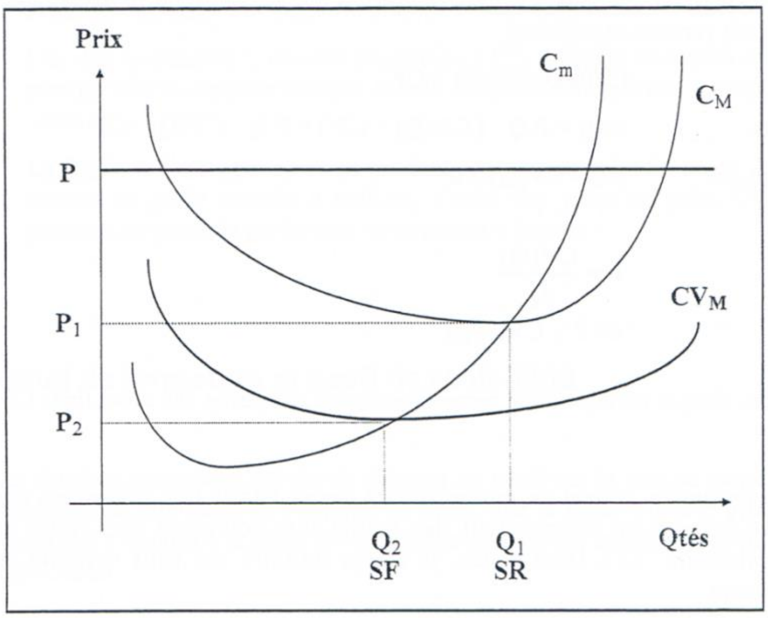
2) La détermination du seuil de fermeture

Le seuil de fermeture correspond au niveau de production en-deçà duquel la firme préfèrera ne plus produire. Lorsque le prix P s'impose à l'entreprise, se situe entre P_1 et P_2, l'entreprise a encore intérêt à produire car la production permet de minimiser les pertes totales. En effet, ces dernières pourraient être bien plus fortes voire maximales si on ne produisait rien.

$$\begin{aligned}
&CT(Q) = CV(Q) + CF \\
&\text{donc } \pi(Q) = P.Q - [CV(Q) + CF] = P.Q - CV(Q) - CF \\
&\text{tant que} : P.Q - CV(Q) > 0 \Leftrightarrow P > \frac{CV(Q)}{Q} \\
&\qquad\qquad\qquad\qquad \Leftrightarrow P > CV_M(Q)
\end{aligned}$$

L'entreprise a intérêt de produire afin de minimiser ses pertes (pertes qui pourraient être maximale pour une ^production nulle). La quantité Q_2 correspond au minimum du coût variable moyen est appelé seuil de fermeture.

Le seuil de fermeture

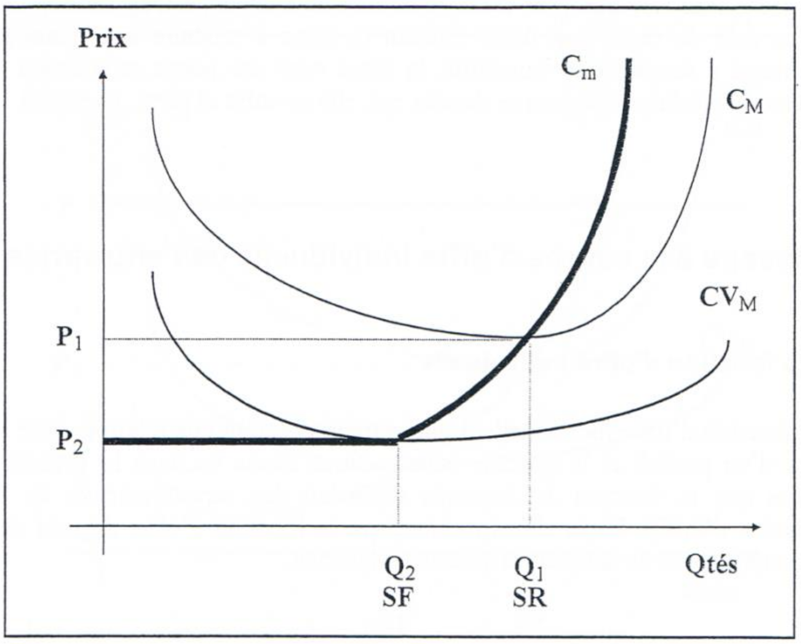


III] Passage à la courbe d’offre individuelle de l’entreprise

1) La fonction d’offre individuelle

La fonction d’offre individuelle établie la relation entre le prix et la quantité. Grâce au graphique précèdent, grâce à la définition du seuil de fermeture, nous pouvons dire que la fonction d’offre individuelle se confond avec la partie de la courbe coût marginale qui est croissante et supérieure au minimum du coût variable moyen.

La fonction d’offre d’une entreprise



Remarque : nous constatons donc que la fonction d’offre d’une entreprise dépend des conditions de production puisque la fonction d’offre se confond avec une partie du coût marginal.

2) L’élasticité-prix de l’offre de la firme

Elle permet de mesurer la variation relative de la quantité offerte suite à une variation relative du prix de vente.

$$e_0 = \frac{\frac{dQ}{Q}}{\frac{dP}{P}}$$

$$e_0 = \frac{1}{\frac{\frac{dP}{P}}{\frac{dQ}{Q}}} = \frac{1}{\frac{\frac{dC_m}{C_m}}{\frac{dQ}{Q}}}$$

L'élasticité-prix de l'offre est égale à l'inverse de l'élasticité quantité du coût marginal. Ainsi l'offre d'un bien est d'autant plus élastique qu'il est possible d'accroitre la production sans provoquer une augmentation significative du coût marginal.

❖ *Si la fonction est horizontale* (ou quasi-horizontale), l'élasticité-prix de l'offre est infinie ou très forte. Ça veut dire qu'une très petite variation du prix entraine une très forte variation des quantités.
❖ *Si la fonction est verticale*, l'élasticité-prix est nulle. La courbe d'offre est rigide.
❖ *Si elle n'est pas tout à fait verticale*, il va falloir une forte variation du prix pour avoir une petite variation des quantités.

3) Passage de l'offre individuelle à l'offre globale

Comme pour la fonction de demande du marché, on construira la focntion d'offre du marché à partir des fonctions d'offre individuelle. Il suffit d'effectuer la sommation horizontale des fonctions d'offre individuelle : pour chaque niveau de prix, on additionne la quantité offerte par chaque firme.

La fonction d'offre globale est bien sûr une fonction croissante. Il est possible de reprendre les résultats de l'élasticité-prix de l'offre dans le cadre de l'offre du marché. Dans ce cas, on ne pourra utiliser la dernière expression de l'élasticité.

On procédera donc de la même façon que dans le chapitre III lorsqu'il s'agissait d'obtenir la courbe de demande totale par agrégation des courbes individuelles.

SECTION III : LES COUTS DE PRODUCTION EN LONGUE PERIODE

I] La courbe de coût total de longue période

Appelons K la capacité de production installée. Les coûts fixes dépendent de cette capacité. Notons que les coûts fixes sont une fonction croissante.

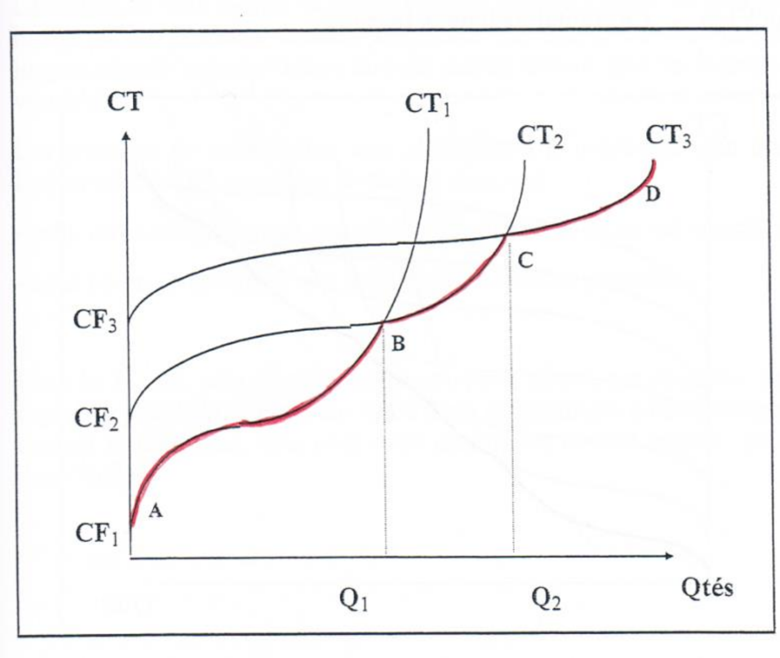
$$CF = \gamma(K)$$
$$CT(Q) = f(Q) + CF$$
$$CT(Q) = f(Q) + \gamma(K)$$

$$CT_1(Q) = f(Q) + CF_1$$
$$CT_2(Q) = f(Q) + CF_2$$
$$CT_3(Q) = f(Q) + CF_3$$

A chaque taille d'usine, on a une courbe de coût totale de courte période. En effet, chaque niveau de production peut être obtenu de différentes manières : petite, moyenne ou grande usine, mais avec des niveaux de coûts différents.

1) Les capacités de production possibles sont limitées

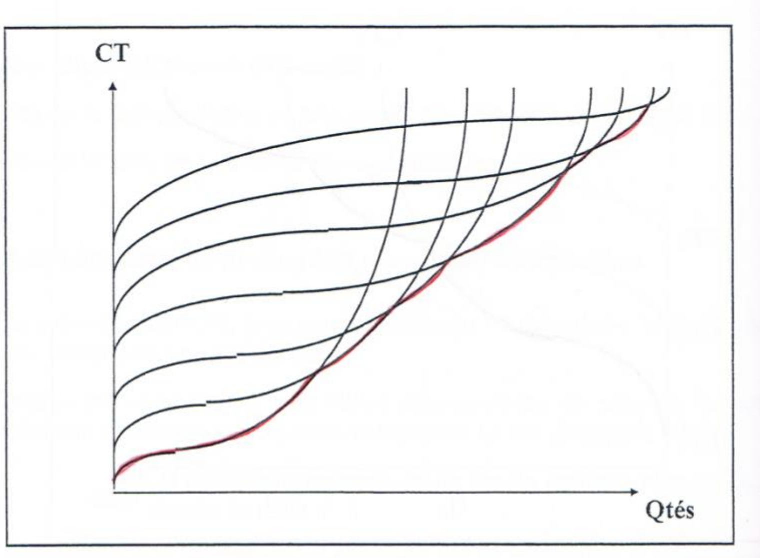
Coût total de longue période



La courbe de coût total de longue période est constituée par les courbes de courtes périodes (en rouge sur le graphique) : on dit que c'est **l'enveloppe inférieure**. Cette courbe montre la meilleure capacité.

2) Le nombre de tailles possibles est infini

Coût total de longue période



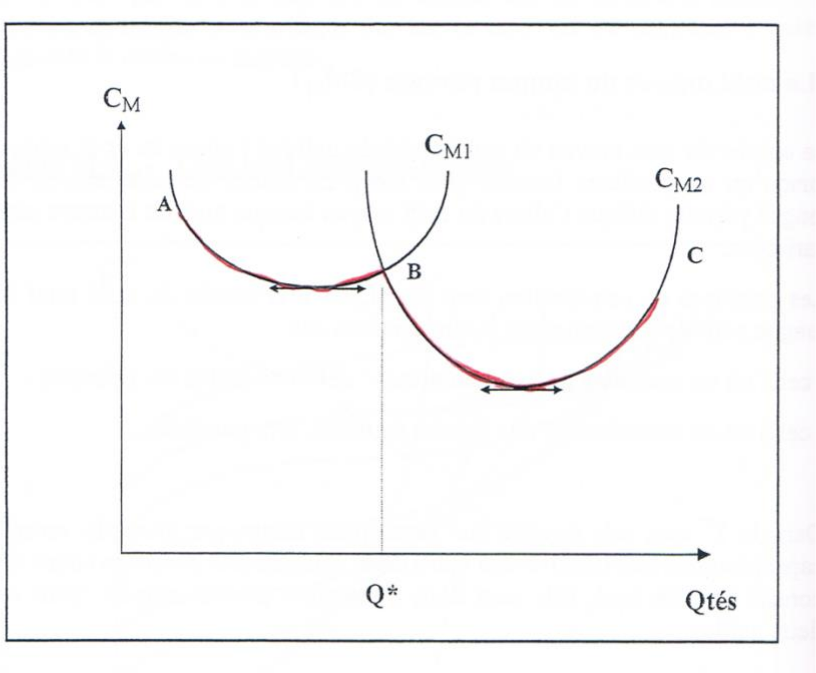
La courbe de longue période est formée grâce à des courbes de court terme (en rouge sur le graphique). Il s'agit de tracer une courbe qui soit tangente à chaque courbe de courte période. C'est toujours une courbe enveloppe.

II] Les courbes de coût moyen et de coût marginal de longue période

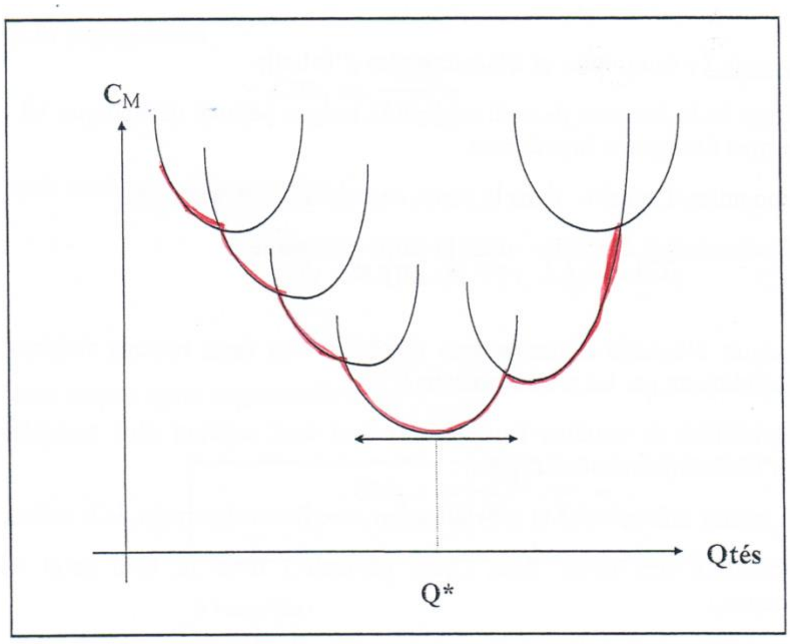
1) Le coût moyen de longue période (CM_{LP})

Comme précédemment, la courbe CM_{LP} se construit comme la courbe enveloppe des courbes CM_{CP}.

Coût moyen de longue période



Coût moyen de longue période et courbe enveloppe



Cette courbe met en évidence une quantité et une taille optimale qui est le minimum de la courbe noire.

2) Relation économies et déséconomies d'échelle

Le graphique précèdent indique qu'il existe des économies d'échelle dans la partie décroissant de la courbe noire et qu'il existe des déséconomies d'échelle sur la partie croissante de la courbe noire. On parle ainsi sur le long terme. Economie d »'échelle et rendement d'échelle sont notions voisines. Montrons qu'une fonction de production qui connaît des rendements d'échelle croissants (respectivement décroissants) aboutis toujours à la présence d'économie d'échelle (respectivement de déséconomie d'échelle).

Soit une fonction de production à rendement d'échelle croissant :

$$f(\alpha.K, \alpha.L) = \lambda.f(K, L) \quad \text{avec } \alpha$$

$$CT_1 = p_K.K + p_L.L$$

$$CM_1 = \frac{CT_1}{f(K, L)}$$

$$CT_2 = \alpha.(p_K.K + p_L.L) = \alpha.CT_1$$

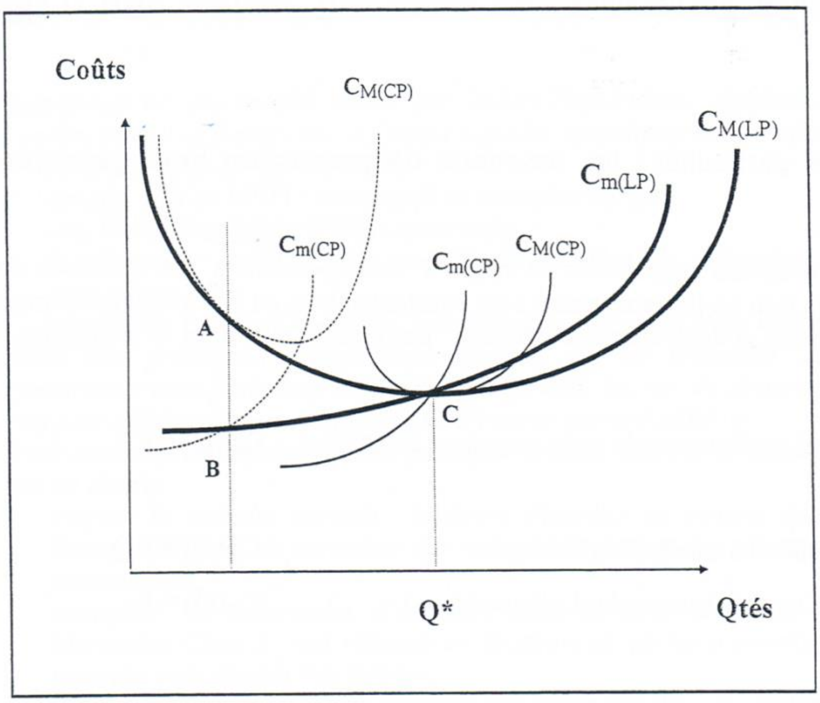
$$CM_2 = \frac{CT_2}{f(\alpha.K + \alpha.L)} = \frac{\alpha.CT_1}{\lambda.f(K, L)} = \frac{\alpha}{\lambda}.CM_1$$

Or $\alpha < \lambda$

$$\frac{\alpha}{\lambda} < 1 \rightarrow CM_2 < CM_1$$

3) Le coût marginal de longue période

Coût marginal de longue période



III] La maximisation du profit en longue période

Le raisonnement est le même quand courte période, la seule différence est qu'on raisonne sur des courbes de longue période.

CHAPITRE VII : LA CONCURRENCE PURE ET PARFAITE

On va étudier dans ce chapitre l'autorégulation du marché.

SECTION I : DEFINITIONS ET CARACTERISTIQUES DE LA CONCURRENCE PURE ET PARFAITE

La concurrence est définie de deux manières : la 1ère est une définition neutre, la concurrence est un mode de régulation des marchés (définition neutre), c'est-à-dire que ce sont toutes les procédures d'ajustement qui vont se mettre en œuvre entre deux grandes catégories d'acteurs : les offreurs et les demandeurs. La 2e définition est une définition plus engagée, la concurrence serait une lutte pour la survie, on parle de sélection naturelle : les plus faibles meurent, les plus forts survivent.

I] Les hypothèses du modèle

1) Enoncé des hypothèses

Il y a deux groupes : les hypothèses de pureté et les hypothèses de perfection.

a) Les hypothèses de pureté

– L'atomicité : les agents sont très nombreux et petits de telles sortes qu'ils ne peuvent pas influencer les autres agents ainsi que les consommateurs.

– L'homogénéité du produit : les produits fabriqués par un concurrent sont identiques, ont les mêmes caractéristiques.

– La libre-entrée dans la branche : il n'y a pas de barrière ni juridique, ni technique, ni institutionnelle, donc n'importe quel agent peut décider de devenir producteur pour un bien X.

b) Les hypothèses de perfection

– La transparence du marché : c'est la capacité des agents à connaître les caractéristiques du produit, à disposer de l'information du produit.

– La parfaite mobilité des facteurs de production : les facteurs capital et travail peuvent se déplacer à la recherche de la meilleure rentabilité.

2) Les critiques

a) Les hypothèses de pureté

– Les critiques de l'atomicité : dans un certain nombre de secteurs, nous n'avons pas une multitude de petite entreprise, mais parfois, nous avons un petit nombre de grandes entreprises. Il y a des secteurs où il y a peu d'entreprise mais où la concurrence est forte.

Demande/Offre	Grand nombre	Petit nombre	Unicité
Grand nombre	CONCURRENCE PARFAITE	OLIGOPOLE	MONOPOLE
Petit nombre	OLIGOPSONE	OLIGOPOLE BILATERAL	MONOPOLE CONTRARIE
Unicité	MONOPSONE	MONOPSONE CONTRARIE	MONOPOLE BILATERAL

– Les critiques de l'homogénéité du produit : il y a sans doute dans notre société, plus de différenciation que d'homogénéité. Cette différenciation peut être objective c'est-à-dire qu'il existe une vraie différence, mais aussi subjective c'est-à-dire que la différence entre les produits est superficielle, elle permet à l'entreprise de vendre les produits sur différents réseaux d'adaptation.

– Les critiques de la libre-entrée dans la branche : il existe des barrières, qui sont à la fois réglementaires et techniques. Il n'est pas facile de rentrer dans un secteur. Il y a même parfois des barrières techniques liées à la production. Parfois la libre entrée est bloqué parce qu'il y a des économies d'échelles et que les entreprises dans ce secteur profitent de ces économies d'échelles.

b) Les hypothèses de perfection

– Les critiques de la transparence du marché : à une époque on pouvait dire que les marchés manquaient de transparence, les consommateurs ne connaissaient pas tous les produits. Aujourd'hui, grâce à internet, les consommateurs peuvent avoir accès à tous les produits. Ils peuvent comparer les caractéristiques des différents produits. Il y a aujourd'hui une plus grande transparence grâce à internet. Il y a de plus en plus de produits complexes qui vont par conséquent freiner la comparaison des prix.

– Les critiques de la parfaite mobilité des facteurs de production : aujourd'hui on a une grande mobilité mondiale des capitaux. En France, on a des législations qui contraignent cette mobilité, et on a surtout des habitudes culturelles qui freinent la mobilité. Aux Etats-Unis, les américains sont moins soucieux de la stabilité de leur résidence principale (par exemple), on y achète et vend plus facilement, ce qui amène au fait qu'ils se déplacent plus facilement. Cette mobilité de facteurs est loin d'être parfaite.

La concurrence pure et parfaite est un modèle de base, de référence, qui ne peut pas exister en réalité.

II] La détermination du prix d'équilibre de courte période

1) Rappel

Voir chapitre I (cf. excès d'offre et de demande)

2) Le processus de la détermination de l'équilibre

L'objectif est de comprendre le mécanisme qui conduit à l'équilibre : ce processus est appelé le tâtonnement Walrassien ou « toile d'araignée ».

a) Cas de l'équilibre avec adaptation instantanée

On imagine que les adaptations vont très vite :

- *1ère étape* : le commissaire-priseur est aussi appelé crieur de prix, il ouvre le marché.
- *2ème étape* : les vendeurs et les acheteurs vont faire des propositions et vont remettre ces propositions au commissaire-priseur. Il s'agit de ce que les acheteurs souhaiteraient acheter et de ce que les vendeurs souhaiteraient vendre. Il n'y a aucune raison pour que les souhaits des acheteurs correspondent directement aux souhaits du vendeur. Le vendeur veut vendre beaucoup et cher alors que l'acheteur veut acheter beaucoup mais pas cher. Il faut donc trouver un compromis.
- *3ème étape* : le commissaire-priseur annonce un prix qui lui semble correspondre aux informations qu'il a reçues.
- *4ème étape* : ce prix d'un niveau élevé, provoque deux types de comportement : pour ce prix, les vendeurs sont prêts à produire beaucoup ; mais pour ce prix les acheteurs ne désirent pas acheter de grandes quantités. Ceci provoque un déséquilibre, toute l'offre potentielle ne trouvera pas acheteur.
- *5ème* étape : pour aboutir à une situation meilleure pour tous, le commissaire-priseur se basant sur les premières informations fournies par le marché, va proposer un prix plus faible. Ce faisant, il espère que les demandes seront plus fortes.
- *6ème* étape : à ce prix, après que les participants se sont tus concertés une nouvelle fois, on s'aperçoit que les offreurs ne proposent pas assez pour satisfaire les demandeurs. Le prix est suffisamment bas pour décourager certains producteurs.
- *7ème* étape : le commissaire-priseur continuera à proposer des prix tenant compte des informations qui ressortent des propositions précédentes. Cependant, le nouveau prix est trop faible, il va donc prendre le prix du milieu. Grâce à cette circulation d'information, nous avons un équilibre du marché, la demande est exactement égale à l'offre.
- *8ème étape* : l'équilibre du marché étant atteint, le commissaire-priseur va fermer le marché. Les producteurs vendent la quantité d'équilibre sur la base prix d'équilibre. Ce n'est qu'à ce moment-là que les contrats réels peuvent avoir lieu. On fait ainsi l'hypothèse que **la production est instantanée**.

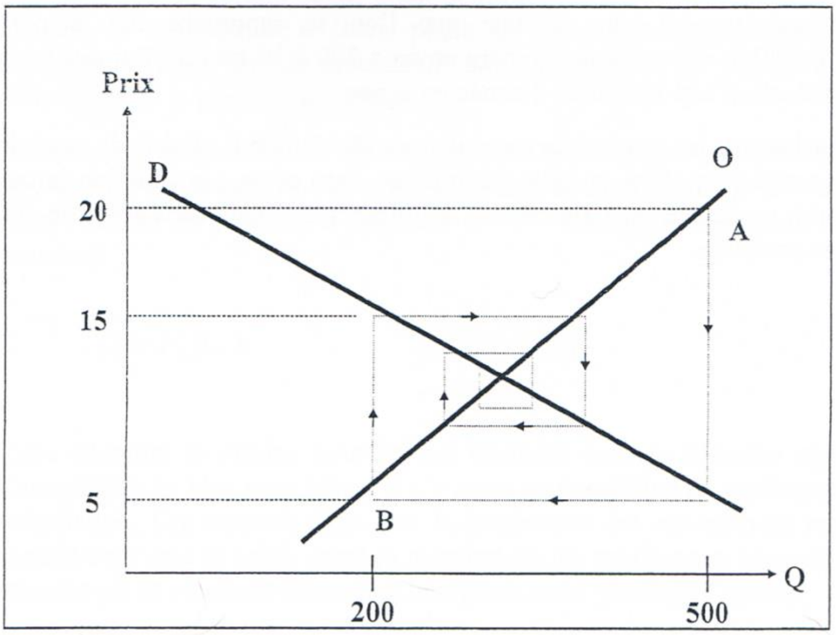
Cette chronologie se décompose en deux grandes étapes : la 1ère étape est qu'il y a toute une partie (qui est la plus longue) où les agents sont des **faiseurs de prix** (prices maker), et la 2e étape est lorsque les quantités et le prix sont fixés, les échanges physiques sont possibles, les agents sont **preneurs de prix**. Ils acceptent individuellement le prix qui a été défini collectivement.

b) Cas de l'équilibre avec adaptation retardée

Dans de très nombreuses situations, la production ne peut pas être instantanée, elle demande un certain délai pour être mise en œuvre. Dans ce cas, les producteurs vont construire leur plan de production sur la base des informations de la période précédente.

$O_t = f(p_{t-1})$ $\qquad$ $D_t = g(p_t)$

Equilibre avec décalage



Progressivement le marché peut arriver à l'équilibre. A la période précédente, les producteurs vont vendre à 5€ car la production était inadaptée à la demande. A la période suivante, les producteurs prennent en compte les ventes de la période précédente donc ils vont produire moins. La production étant moins important les acheteurs sont prêts à acheter plus cher que 5€. On a comme une suite convergente.

Le processus que l'on vient de décrire à la forme d'une sorte de toile d'araignée que l'on appelle **cobweb**.

3) La stabilité de l'équilibre de court période

Définition : on dit qu'un équilibre est stable si une perturbation est suivie d'un retour à une situation d'équilibre identique ou non à la situation d'équilibre initiale.

Deux économistes ont proposé une réflexion sur la question du retour à l'équilibre :

- Walras propose un retour à l'équilibre grâce à une variation de prix
- Marshall propose un retour à l'équilibre grâce à une variation des quantités

Dans une situation de décalage, le retour à l'équilibre dépendra des pentes respectives des courbes d'offre et de demande.

$O_t = f(p_{t-1}) = a.p_{t-1} + b$

$D_t = g(p_t) = \alpha.p_t + \beta \qquad \text{avec } \alpha < 0$

L'équilibre stable

$\left|\frac{a}{\alpha}\right| < 1$

L'équilibre instable

$\left|\frac{a}{\alpha}\right| > 1$

L'équilibre avec oscillations auto-entretenues

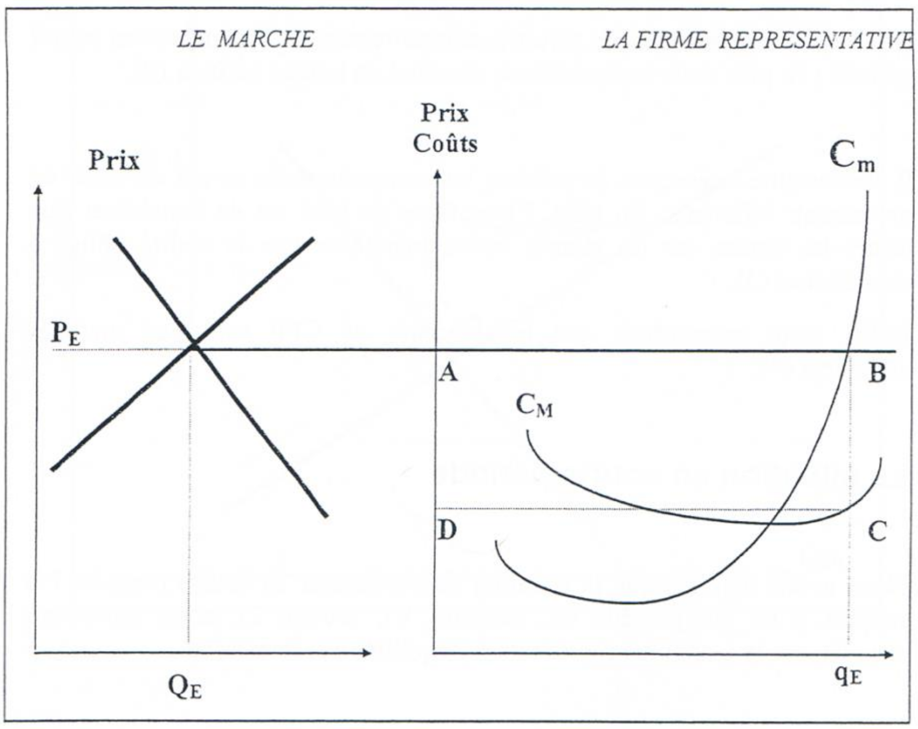
$\left|\frac{a}{\alpha}\right| = 1$

SECTION II : L'EQUILIBRE DE LA FIRME ET L'EQUILIBRE DU MARCHE

Une fois le processus de fabrication du prix terminé, les agents vont considérer ce prix comme une donnée. Le prix va s'imposer aux agents économiques.

I] La situation en court période

L'équilibre de la branche et de la firme



Le profit dont on parle en microéconomie n'est pas le profit en comptabilité, c'est-à-dire le bénéfice mais un supplément de profit réalisé au-delà du profit normal appelé **surprofit.** Le profit économique en situation de concurrence tend à diminuer au fil du temps.

Dans la fonction de coûts de l'entreprise et donc dans la fonction de coût moyen il y a la rémunération des facteurs. Une fonction de coût est ce que nous coûte la mise en production de telle ou telle fabrication. On paye des salariés, des matières premières… Dans la fonction de coût, on a déjà un bénéfice puisqu'est inclus dans cette fonction le facteur travail et le facteur capital. C'est donc un profit qui est en plus, un surprofit.

On peut s'intéresser aux courbes de recettes de l'entreprise. La recette totale (ou chiffre d'affaire) est la vente totale que multiplie le prix de vente. Les courbes de recette : quelle est la fonction de demande individuelle de la firme représentative ?

$$\text{Recette totale} : R_T = p.Q$$
$$\text{Recette moyenne} : R_M = p$$
$$\text{Recette marginale} : R_m = \frac{\partial R_T}{\partial Q} = p$$

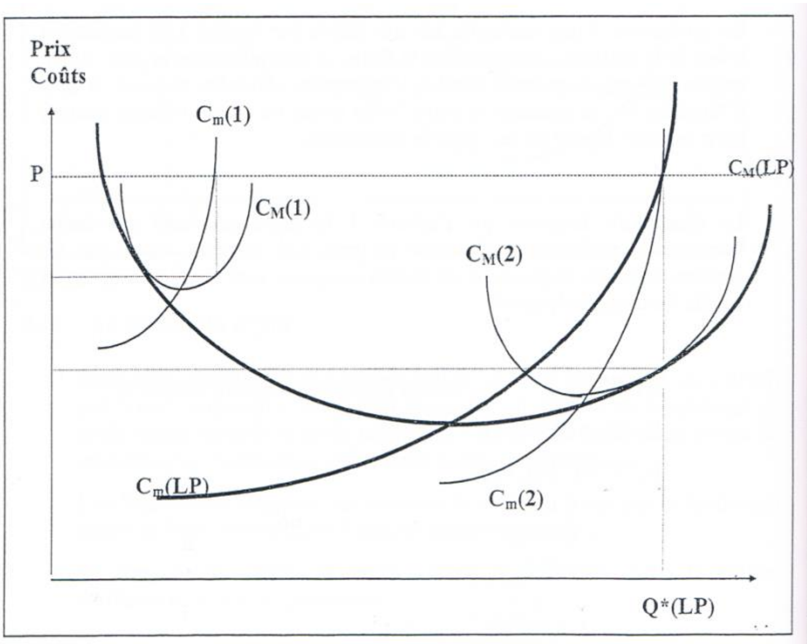
II] Evolution en longue période

La réflexion se divise en deux phases.

1) Le comportement des firmes installées dans la branche

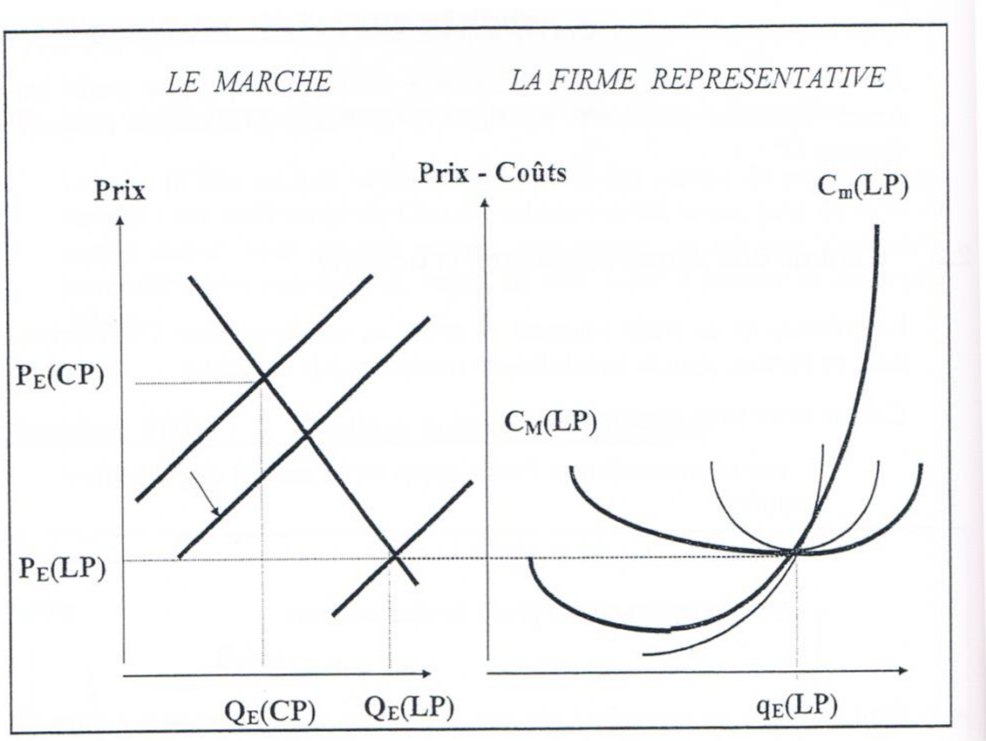
L'équilibre en longue période sera le même que l'équilibre de court période mais il prendra en considération des courbes de longues période.

Equilibre de la firme à long terme



2) L'entrée de concurrent dans la branche

Equilibres à long terme



Les entrées dans la branche vont conduire à ce qu'il ait une augmentation de l'offre. Lorsque l'offre a suffisamment augmenté (le prix de vente a baissé et est égal au minimum du coût moyenne), on s'arrête. Cette dynamique concurrentielle est très importante. Elle favorise l'innovation, ce qui est un avantage pour le consommateur et le producteur. Le surplus global est maximum en concurrence pure et parfaite. La société bénéficie de ce fonctionnement concurrentiel. En longue période, une fois que ce processus concurrentiel s'est stabilisé, on a un certain nombre d'élément : on a le prix d'équilibre de longue période, ce prix d'équilibre est égal au minimum du coût moyen ainsi que « q » et le nombre d'entreprise.

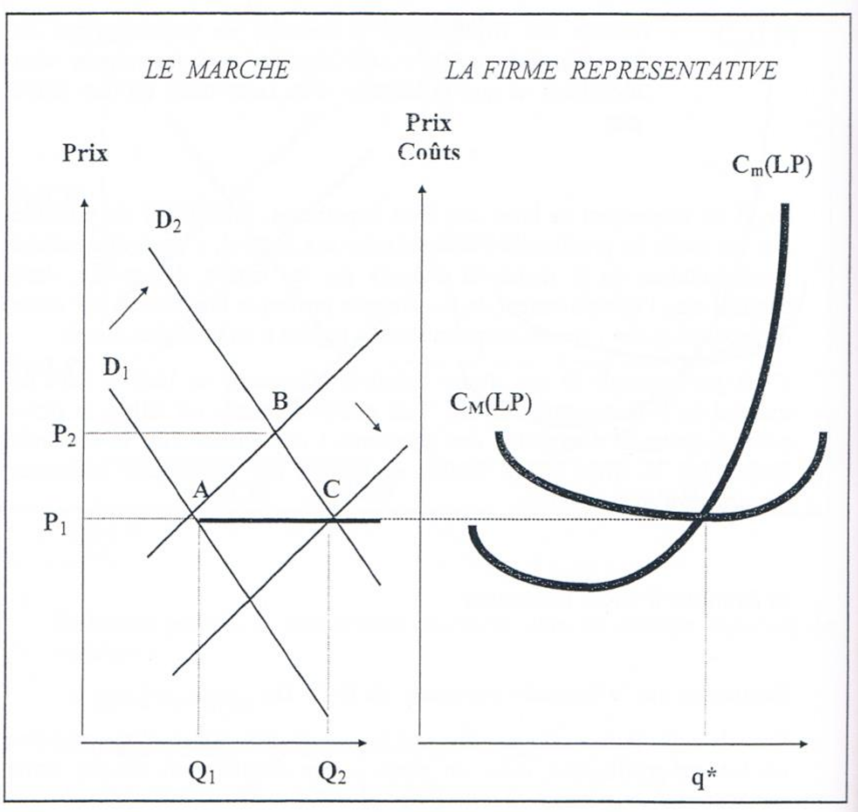
Cas particulier : les équilibres à coûts croissants ou décroissants

Dans ce qui précède, nous avons fait l'hypothèse que :

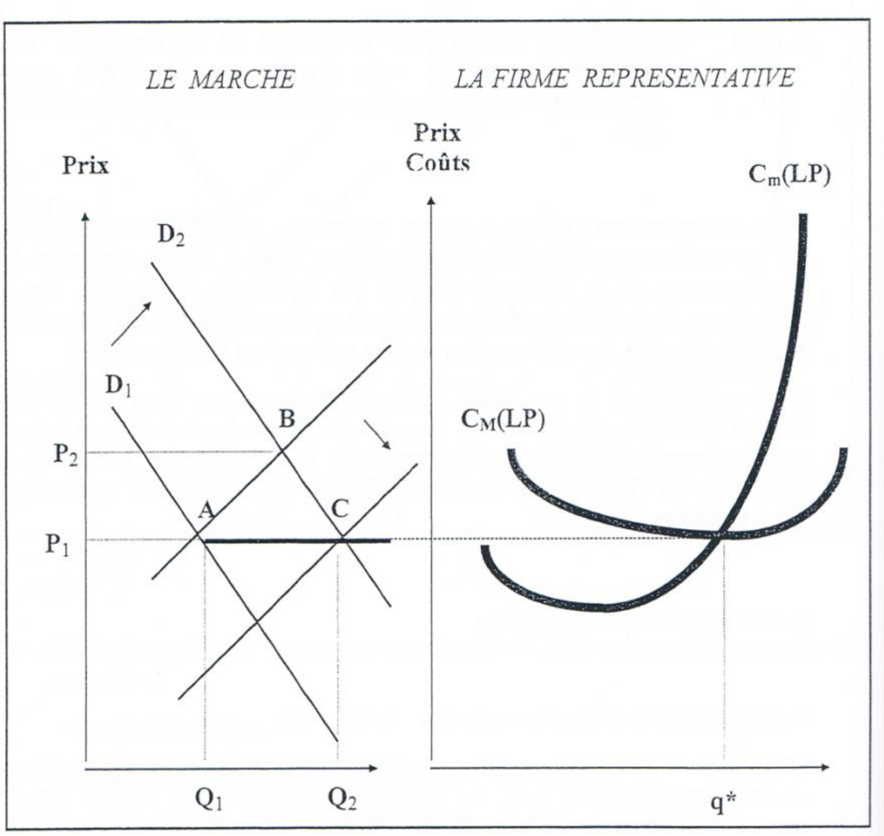
- La demande est constante
- L'entrée des nouvelles entreprises dans la branche ne provoque pas de variation des coûts de production.

Ces deux hypothèses peuvent être levées. En effet, la demande peut augmenter grâce à la publicité etc…On peut aussi avoir une augmentation du prix des matières premières puisque les entreprises achètent beaucoup plus de matières premières qu'avant.

Equilibre de long terme avec coûts constants



Equilibre de long terme avec coûts croissants

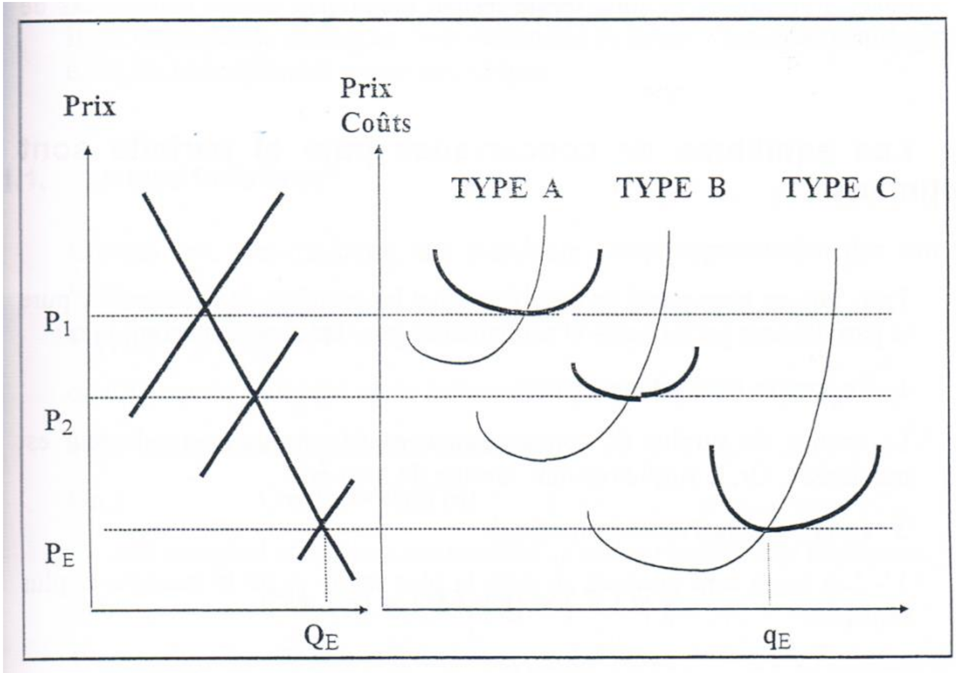


Il y a un double mouvement : le mouvement de demande de B à C et le mouvement d'offre de A à B.

III] Les firmes ont des coûts de production différents

Dans les paragraphes qui précèdent, toutes les entreprises se ressemblaient, elles avaient les mêmes coûts de production. On pose l'hypothèse ici, que les firmes peuvent avoir des coûts différents.

Equilibre avec firmes à coûts différents



On fait l'hypothèse qu'il y a trois catégories d'entreprises : les entreprises de type A avec des coûts élevés, les entreprises de type B avec des coûts moyens, et les entreprises C avec des coûts faibles. Au début on est à un prix supérieur à P1, si le prix du marché que les entreprises acceptent se situe au-dessus de P1, la firme A fait un surprofit, la firme B un gros surprofit et la firme C encore un plus gros surprofit. Le processus concurrentiel démarre, des entreprises rentrent, en entrant elles font baisser le prix car elles produisent plus donc le prix baisse jusqu'à P1.Vu que des entreprises vont entrer dans la branche, le prix va baisser en dessous de P_1, les entreprises de type A vont sortir du marché, elles ne sont plus rentables. Les entreprises qui continuent de rentrer sont de types B ou C. Elles vont faire baisser le prix de vente, les prix arrivent à P_2. Dès qu'on passe en dessous de P_2, les entreprises de type B vont sortir et seules les entreprises de type C vont rentrer. Il ne reste plus qu'une seule catégorie d'entreprise, les entreprises de type C. On arrive alors au prix d'équilibre. Ce mécanisme est le reflet de la concurrence, et du fait que les bonnes entreprises chassent les mauvaises. Ce processus concurrentiel avantage les consommateurs. Toutes les conclusions de l'équilibre concurrentiel sont respectées mêmes si on démarré l'analyse avec des coûts différents.

Conclusion générale

Sur le plan théorique, on peut donc dire que les marchés qui sont en situation de concurrence pure et parfait sont des marchés performants qui en longue période sont souhaitables pour les consommateurs. En effet, les produits sont vendus au coût le plus faible (minimum du coût moyen) de la manière la plus efficace. Enfin, comme les produits sont aussi vendus au coût marginal, on peut dire que le prix de vente reflète parfaitement bien les efforts liés à la production.